

早稲田大学理工学部	学生員○	木村直樹
早稲田大学大学院	学生員	小林実央
早稲田大学大学院	学生員	小粥康弘
早稲田大学理工学部	正 員	平嶋政治

1. はじめに

薄肉断面を持つ桁において、その断面変形の影響を徹密に考慮して変位挙動の解析を実施するためには、構成する部材を全て薄板理論を用いて解析し、それを適切な条件式によって接合する立体的な解析手法が必要である。一方、作用荷重の増大にともない、面外変形と面内変形との連成が無視できなくなると、もはや線形理論による解析は不可能となり、その場合有限変位理論を用いた幾何学的非線形問題として解析する必要がある。そこで本報告では、解析モデルとして I 形断面を有する桁をとりあげ、その解析に際しては、フランジとウェブとの接合部を境にそれぞれ 2 枚の板要素に分割して I 形断面桁を 5 枚の薄板集成構造物とみなし、薄板集成構造物の各板要素について von Kármán の平板理論を適用すること¹⁾、幾何学的非線形性を考慮した解析を実施した。その際、薄板の境界辺における条件式を定式化し、解析手法に差分法を用いて実際に数値解析を行った。

2. 境界条件式の定式化

I 形断面桁の場合、フランジ部の板要素については、境界辺として支持辺、自由辺、接合辺の 3 種類が考えられる。このうち、支持辺についてはすでに報告済み¹⁾であるので、以下自由辺及びフランジとウェブとの接合辺において成立すべき条件式の定式化について述べる。

2. 1 自由辺

薄板部材の境界辺が自由辺である場合には、この辺上の各断面力は 0 になり、次の 4 本の条件が成立する。

- ①膜力が零 $N_x = 0$ (1) ②面内せん断力が零 $N_{xy} = 0$ (2)
 ③有効せん断力が零 $V_y = 0$ (3) ④曲げモーメントが零 $M_y = 0$ (4)

2. 2 接合辺

フランジとウェブとの接合部においては、断面力が釣り合っていないから、図 1 を参考にしてそれらの力の釣合を考えれば、以下の 4 本の条件式を得る。

- ①フランジ (2 面) の膜力とウェブの有効せん断力の釣合

$$-N_{yA} + V_{yB} + N_{yC} = 0 \quad (5)$$

- ②面内せん断力の釣合 (3 面)

$$-N_{xyA} + N_{xyB} + N_{xyC} = 0 \quad (6)$$

- ③フランジ (2 面) の有効せん断力とウェブの膜力の釣合

$$V_{yA} - N_{yB} + V_{yC} = 0 \quad (7)$$

- ④曲げモーメントの釣合 (3 面)

$$-M_{yA} + M_{yB} + M_{yC} = 0 \quad (8)$$

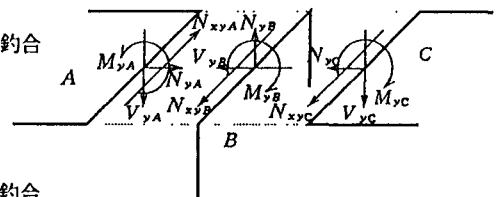


図 1 接合辺における各断面力

一方、変位の適合については、接合部における直角保持条件及び 3 方向変位の連続条件が考えられるが、3 枚の板の接合によって得られる条件式は、それぞれの条件について 2 本の計 8 本である。従って、フランジとウェブとの接合部においては、力の釣合と変位の適合から合計で 12 本の条件式が得られる。

3. 解析手法

前節2. に示した各条件式をvon Kármánの平板理論に基づき、差分法を用いて離散化すると、非線形多元連立代数方程式が得られる。この方程式を掃き出し法を用いて繰り返し計算をすることによって解く。その際、非線形項を右辺に移行して線形化した多元連立代数方程式を解き、得られた近似解を逐次非線形項に代入する直接反復法を採用した。また、繰り返し計算は、第N次近似解 U_N と第(N-1)次近似解 U_{N-1} との差の比率 $\|U_N - U_{N-1}\| / \|U_{N-1}\|$ ($\| \ \|$ はEuclid内積ノルムを表す)が、 1×10^{-3} 未満になるまで実施した。

4. 解析モデル

解析モデルを図2に、モデルの諸元を表1に示す。I形断面桁両端の境界条件は、全ての板部材の支持辺において固定端とした。また、差分に用いた分割は各板の桁長方向に6分割、板幅方向に3分割とした。荷重条件は、上フランジ全面等分布荷重と片面のみ等分布荷重の2種類とした。

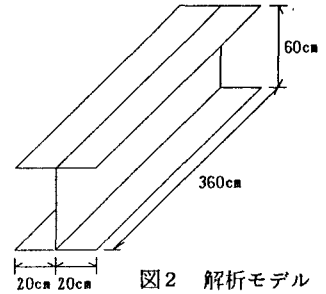


図2 解析モデル

表1 モデルの諸元

Young率	$2.1 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$
Poisson比	0.3
板厚	1.0
荷重値	0.5 kg/cm^2

5. 解析結果および考察

全体の変形の概形を図3に、桁軸直角方向の断面図を図4に示す。図3からわかることは、全面等分布荷重の場合は上フランジの変形が桁全体の変形に対して卓越しているのに対し、片面の場合は上フランジのみならず、ウェブ、下フランジを含めた、全ての構成部材の面外変形によって荷重に抵抗しているのがわかる。

線形解と非線形解との差は、図4を見る限り確認できない。表2に上フランジ及びウェブの中央点における面外変形の、線形解と非線形解との比較結果を示す。なお、差の比率は、次式によって、算定した。

$$\delta = \frac{\text{非線形解} - \text{線形解}}{\text{線形解}} \times 100 (\%)$$

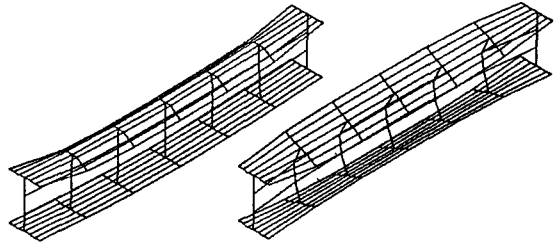
これによると、全面分布荷重の場合は差がほとんど現れていないのに対して、片面载荷の場合には上フランジ中央で若干の差が生じている。また、全面等分布荷重の場合、非線形解が線形解に比べて小さくなっており、従来の非線形挙動とは異なる結果が得られている。

今後は、桁の寸法や分割数を変化させた場合の解析や、荷重増分法による荷重-たわみ曲線の追跡についても検討してゆきたい。

6. 参考文献

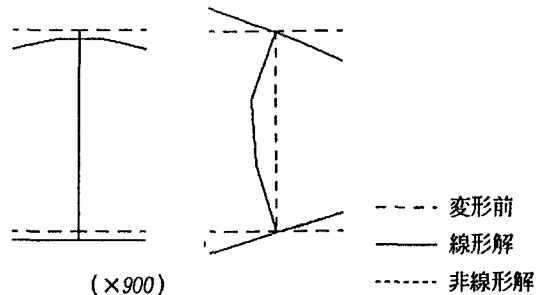
1) 小粥、末武、平嶋 : von Kármán の平板理論に基づく箱型断面薄板集成構造物の差分解析

早稲田大学理工学研究所報告 第134輯 pp.21~36、1991年10月



(1) 全面等分布 (×900) (2) 片面等分布 (×150)

図3 桁全体の変形モード



(1) 全面等分布 (2) 片面等分布

図4 桁中央の横断面図

表2 線形解と非線形解の差の比率 δ (%)

	全面	片面
上フランジ中央点	-0.01	2.60
ウェブ中央点	0.00	0.46