

(I-4) 複合ばりのせん断応力分布について

早稲田大学大学院 学生員 ○大口 健
早稲田大学理工学部 学生員 小寺 弦
早稲田大学理工学部 正 員 依田照彦

1. まえがき

積層構造は、土木分野でも数多く使用されており、その静的解析については古くから行われている¹⁾。しかしながら、動的解析、とりわけ、衝撃力が作用したときの解析はまだ少ないようである。そこで、本論文では積層構造の最も簡単なモデルである二層構造の合成梁を対象に、衝撃力を作用させた場合の応力波伝播解析を行う。ただし、合成梁の材質は上下層とも直交異方性材としている。

2. 衝撃応答解析

動的応答解析は、通常の8節点アイソパラメトリック要素に基づく平面有限要素解析によっている。

衝撃応答計算をする準備として式(1)で表される応力ベクトルの精度の検討をした。

$$\{\sigma\} = [D][B]\{u\} \quad (1)$$

ここで、 $\{\sigma\}$ ：応力ベクトル、 $[D]$ ：応力-ひずみマトリックス、 $[B]$ ：ひずみ-変位マトリックス、 $\{u\}$ ：変位ベクトルである。理論的には、応力は要素内の任意の点で求められるはずである。しかしながら、要素境界上の応力を計算すると、式(1)によって求められる応力は、最小二乗近似を行ったとしても不連続になってしまう²⁾。また、隣接する要素について境界上の値を平均しても精度は向上しない。そこで、本論文でもガウス積分点における応力を要素の代表値とした。

以上の考察に基づき、ニューマークの β 法を用いて、時刻歴応答の計算を実施した。

3. 数値解析例

3.1 曲げを受ける二層梁の厳密解¹⁾との比較

本解析の妥当性を調べるために、余弦波形状の分布荷重 $P_0 \cos\left(\frac{\pi}{2a}\right)x$ (a ：梁の長さ)を受ける二層梁を考える(図1参照)。各層の層厚、材料定数は等しいものとし、次のようにおいた。

$$\frac{E_{11}}{E_{12}} = 2.5, \quad \frac{G_1}{E_{12}} = 0.5, \quad \nu_{11} = 0.25, \quad \left(\nu_{12} = \nu_{11} \frac{E_{12}}{E_{11}} = 0.01\right) \quad (2)$$

$$\frac{E_{21}}{E_{22}} = 1, \quad \frac{G_2}{E_{22}} = 0.2, \quad \nu_{21} = 0.01, \quad \left(\nu_{22} = \nu_{21} \frac{E_{22}}{E_{21}} = 0.01\right) \quad (3)$$

ここで、 E_{11} 、 E_{12} はそれぞれ主軸方向と主軸直角方向のヤング率を表し、 G_i はせん断弾性係数、 ν_{11} 、 ν_{12} はポアソン比である。ただし、 $i=1$ ：上層、 $i=2$ ：下層である。結果を図2、図3に示す。図中では、整理の便を考えて次のように諸量を無次元化している。

$$\tilde{\sigma}_x = \frac{\sigma_x|_{\max}}{P_0}, \quad \tilde{\tau}_{xy} = \frac{\tau_{xy}|_{\max}}{P_0} \quad (4)$$

ここに、 $\sigma_x|_{\max}$ 、 $\tau_{xy}|_{\max}$ はそれぞれ垂直応力 σ_x とせん断応力 τ_{xy} の最大値である。

得られた結果は、曲げを受ける二層梁の厳密解¹⁾とよく一致している。

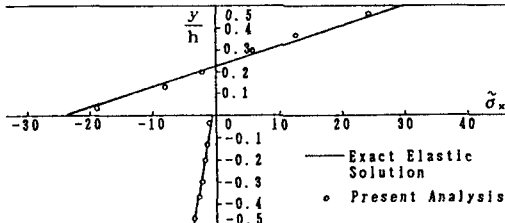


図2 二層合成梁の曲げ応力分布

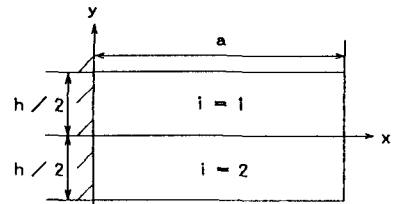


図1 解析モデル ($a/h = 2.0$)

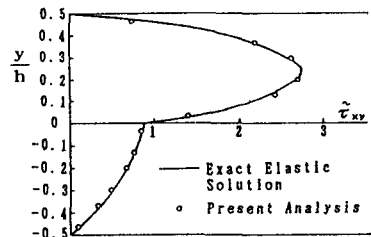


図3 二層合成梁のせん断応力分布

3.2 衝撃荷重を受ける二層梁の応力波伝播

上下層で材料定数の異なる片持ち梁の自由端側の層境界線に沿った方向に衝撃力 P を加えた場合の衝撃応答を考える。ここに、材料定数は前節の例と同じとする。また、解析結果の諸量は次のように無次元化する。

$$\tilde{\sigma}_x = \frac{\sigma_x(0.487a, y)}{P}, \quad \tilde{\sigma}_y = \frac{\sigma_y(0.487a, y)}{P}, \quad \tilde{\tau}_{xy} = \frac{\tau_{xy}(0.487a, y)}{P} \quad (5)$$

ここに、衝撃力Pは、1/1000秒間だけ一定値を保つ。本解析では衝撃を受ける前には梁は静止しているものとした。結果を図4、図5、図6に示す。

図4～図6は、中央断面近くの4点；(a)上層の上端に近いガウス積分点 $y/h=0.465$ 、(b)上層の層境界面に近いガウス積分点 $y/h=0.035$ 、(c)下層の層境界面に近いガウス積分点 $y/h=-0.035$ 、(d)下層の下端に近いガウス積分点 $y/h=-0.465$ での σ_x 、 σ_y 、 τ_{xy} の応答曲線を示している。図4において、中央断面への応力波到達時間は、およそ、 $0.36 \times 10^{-3}(\text{sec})$ である。比較のため、上層及び下層の材質を単一に用いた時の σ_x の応答曲線を図7、図8に示す。図4、図7、図8より二層梁の上層では応力波の到達時間は単一層のそれと比較してほとんど変わらないのに対し、下層での応力波の到達時間は単一層のそれよりも遅くなっており、2次元解析をする必要性を見てとれる。

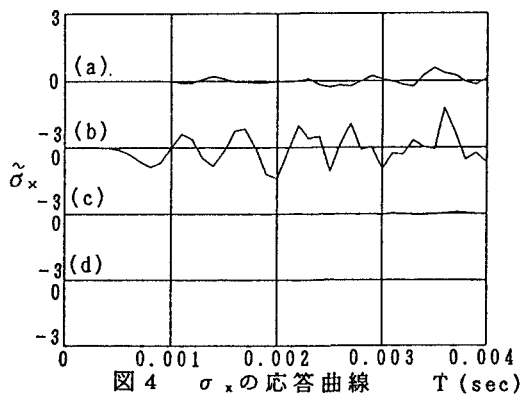


図4 σ_x の応答曲線

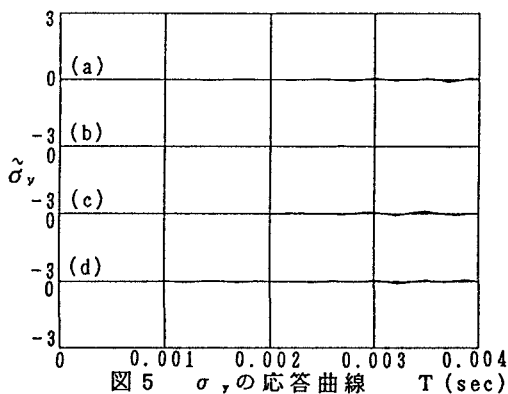


図5 σ_y の応答曲線

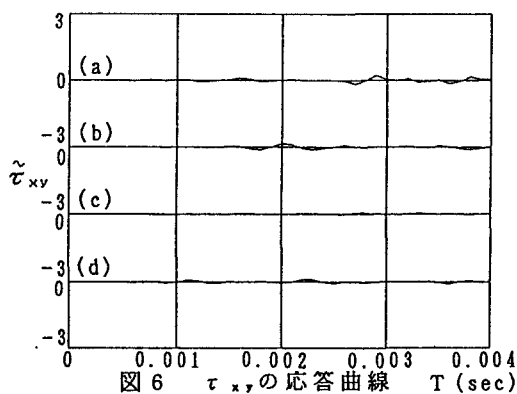


図6 τ_{xy} の応答曲線

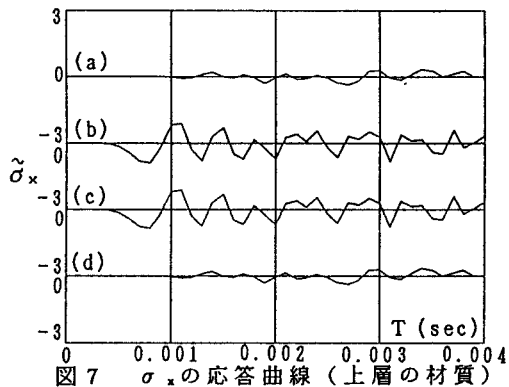


図7 σ_x の応答曲線（上層の材質）

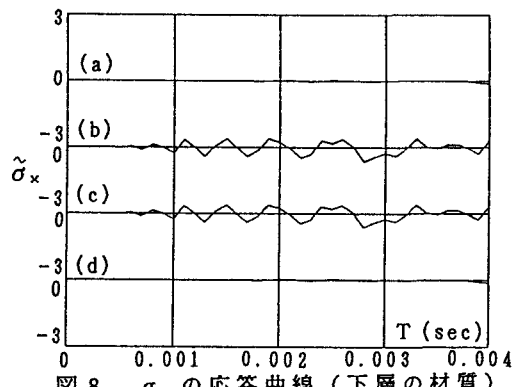


図8 σ_x の応答曲線（下層の材質）

4. あとがき

本報告では、衝撃力を受ける二層合成梁の動的応答解析を有限要素法を用いて行い、構造要素内の応力波伝播解析を行った。その結果、複合材の場合には二次元解析が必要であることが確認できた。

今後の課題としては、構造要素内で反射屈折を繰り返した応力波が構造物に与える影響、層間剥離に及ぼす応力波の影響などが考えられる。

<参考文献>

- 1) Pagano, N. J. : Exact solution for composite laminates in cylindrical bending, Journal of Composite Materials Vol. 3, 1969.
- 2) Hinton, E., and Campbell, J. S. : Local and global smoothing of discontinuous finite element function using a least squares method Int. J. Num. Meth. Eng. 8, 1974