

1. まえがき

著者は、砂の平面歪状態での簡便な構成則を提案してきた。これはRoweの応力・ダイレイタンシー式と双曲線型の応力比・塑性せん断歪関係式にもとづいており、歪軟化も考慮できる。今回、上記モデルに拘束圧の影響を加味し、圧密（圧縮）降伏特性を考慮したモデル（2重硬化モデル）について検討したので報告する。（歪軟化に関する記述は今回は行っていない）。

2. 砂の2重硬化モデル

—弾性係数とHooke則— ヤング係数は

$$E = E_a \left(\frac{p}{p_a} \right)^{1-\beta} \quad (0 < \beta < 1) \quad (1)$$

で表されるとした。ここで $p = (\sigma_1 + \sigma_3) / 2$, p_a : 大気圧, E_a , β : 定数。この種の仮定はEl-Sohby, 中井などが行っている。Eと p/p_a の関係を図. 1 に示す。pを初期拘束圧と考える場合もある。ところで、Vermeer, Loret & LuongらはEをIと J_2 の関数として理論式を導いている。Lade & Nelsonはこの理論式を実験で証明している。この理論式で $J_2 = 0$ とおくと式(1)の形になる。ここではせん断開始時は式(1)で近似できるとする。また、せん断が進行すると塑性変形が大きくなるので、Eが多少異なっても良い。よって式(1)をせん断開始後もそのまま用いることにする。

平面歪状態でのHooke則は

$$d\epsilon_1^p = \frac{1+\nu}{E} \{ (1-\nu) d\sigma_1 - \nu d\sigma_3 \} \quad , \quad d\epsilon_3^p = \frac{1+\nu}{E} \{ -\nu d\sigma_1 + (1-\nu) d\sigma_3 \}$$

$$d\gamma^p = d\epsilon_1^p - d\epsilon_3^p = \frac{1}{G} d\tau \quad , \quad d\epsilon_v^p = d\epsilon_1^p + d\epsilon_3^p = \frac{1-2\nu}{G} d\tau$$

積分して

$$\epsilon_v^p = d_v \cdot \left\{ \left(\frac{p}{p_a} \right)^\beta - \left(\frac{p_a}{p_0} \right)^\beta \right\} \quad (2)$$

$$\gamma^p = \int_{q_0}^q \frac{d\tau}{G} \quad (3)$$

—せん断降伏面— 応力比 $R = \sigma_1 / \sigma_3$ と塑性せん断歪 γ^p との間に双曲線関係を仮定する（龍岡）。また、Roweの応力・ダイレイタンシー式を塑性ポテとする。これらを式で書くと

$$R = \frac{1}{K_0} + \frac{\gamma^p}{a (p/p_a)^n + b \gamma^p} \quad (0 < n < 1) \quad (4)$$

$$R = -K d\epsilon_v^p / d\epsilon_1^p \quad (5)$$

式(4)を図. 2 に示す。また、式(4)より導かれる、 p - q - γ^p の関係を図. 3 に示す。式(4)より

$$\gamma^p = \frac{a (R - 1/K_0)}{1 - b (R - 1/K_0)} \left(\frac{p}{p_a} \right)^n \quad (6)$$

式(4)と(5)より、塑性体積歪（ダイレイタンシーによる）は

$$\begin{aligned} \epsilon_v^p &= \int \frac{K-R}{K+R} d\gamma^p = \int \frac{a}{\{1 - b(R - 1/K_0)\}^2} \left(\frac{p}{p_a} \right)^n \frac{K-R}{K+R} dR \\ &+ \int \frac{a(R - 1/K_0)}{1 - b(R - 1/K_0)} \frac{n}{p_a} \left(\frac{p}{p_a} \right)^{n-1} \frac{K-R}{K+R} dp \quad (7) \end{aligned}$$

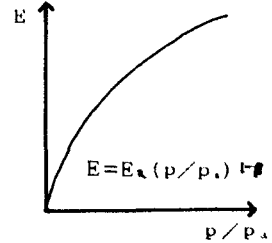


図. 1 ヤング率と p/p_a の関係

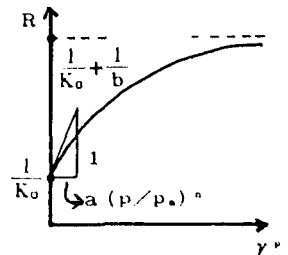


図. 2 $R - \gamma^p$ 関係

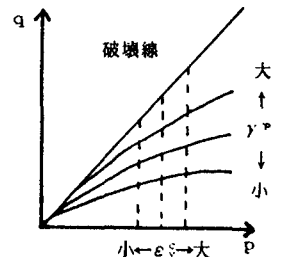


図. 3 $p - q - \gamma^p$ 関係

—圧縮降伏面— 圧縮によって生じる塑性体積歪 ε_v は

$$\varepsilon_v = \alpha_c \{ (p/p_c)^m - (p_0/p_a)^m \} \quad (0 < m < 1) \quad (8)$$

Vermeer, Loret & Luong, 中井も同様な仮定を行っている。中井は実験結果を示している。式(8)は p - q 面上では鉛直線になる(図. 3中の破線)。Vermeerは $m=n=\beta$ として、図. 3のような2重硬化モデルを提案している(平山)。

3. 正方形要素の各種計算実験

$\beta=1$ (ヤング率が載荷中一定)、 $n=0$ (図. 3の降伏線が直線)、 $m=0.3$ 、 $p_a=10 \text{ tf/m}^2$ 、 $E_a=5000 \text{ tf/m}^2$ 、 $\nu=0.3$ 、 $K_0=1$ 、 $K=3.238$ 、 $a=0.001$ 、 $b=0.2779$ ($\phi'=40'$ に相当)、 $\alpha_c=0.002$ として、図. 4のような $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ の要素の計算載荷実験を行った。初期拘束圧は $\sigma_{10}=\sigma_{30}=10 \text{ tf/m}^2$ で等方応力状態である。図. 5に3つのタイプのストレスパスと、対応する応力比歪関係を示した。また2つのタイプ(①, ③)についてFEM計算結果との比較を行った。図には示されていないが両者の一致度は良好である。

4. 受働土圧計算結果

3.で示したモデル砂を裏込にもつような剛擁壁の下端回り転倒受働土圧計算を行った。ただし、ヤング率は初期拘束圧の平方根に比例する($\beta=0.5$)とした。裏込の高さは 8 m とし、擁壁背面の摩擦角が $20'$ と $40'$ のケースを計算した。メッシュ分割図を図. 6に示す。擁壁背面と裏込砂の間にはジョイント要素を設けた。ここでのダイレイタンス角は $0'$ とした。圧縮降伏面がある場合(2重硬化モデル)と無い場合の計算を行った。図. 7に計算結果を示す。初期静止土圧は 48 tf/m 、曲線破壊面法(従来法、Chen)による受働土圧は、 1003 tf/m である。従来法による土圧値よりかなり小さい結果を示している。

5. あとがき

今回の計算では、せん断に関する降伏線を直線と仮定した。曲線とすると、結果が異なってくるであろう。今後、実際の砂の平面歪試験を行い、これらの点を詳細に検討したい。

参考文献

El-Sohby(1969), ASCE, SM11; 中井(1989), S & F, 29-1; 龍岡(1987), 「土の強さと地盤の破壊入門」の中の一
章、土質工学会; Vermeer(1981), 10th ICSMFE, 259-262; Loret & Luong(1982), 4th ICONMIG, 197-205; Lad
e & Nelson(1987), Int. J. Num. Anal. in Geomech; 平山(1987), S & F, 27-3.

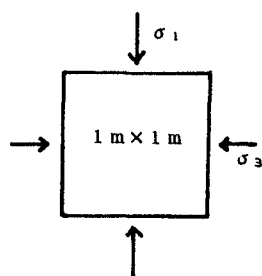


図. 4 計算実験のための要素

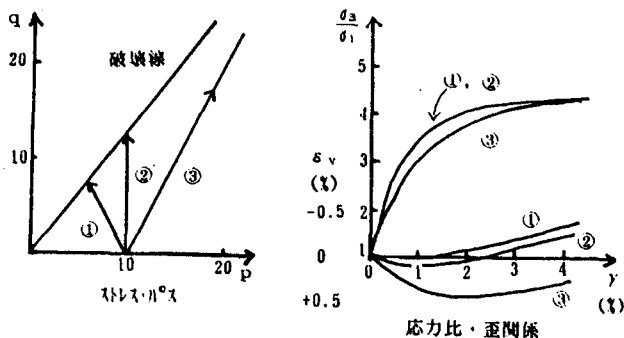


図. 5 ストレス・パスと応力比・歪関係

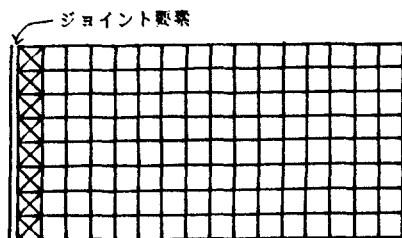


図. 6 有限要素メッシュ

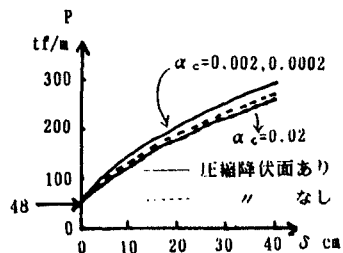


図. 7 全受働土圧 P と壁上端変位 δ との関係