

早稲田大学理工学部 学生員○白石 哲男
 早稲田大学理工学部 正 員 末武 義崇
 早稲田大学理工学部 正 員 平嶋 政治

1. はじめに

長柱の後座屈挙動については、断面変形を無視すれば *Elastica* として厳密解が得られる。しかしながら箱形断面柱のような薄板集成構造物の場合、各構成要素の薄板としての変形特性が後座屈挙動に大きな影響を及ぼす可能性がある。すなわち、箱形断面柱の断面変形の影響は無視し得ないと考えられる。

本報告は、Harrmann の混合型有限要素法を用い、箱形断面長柱の各構成要素を全て薄板と見なして幾何学的非線形解析を行なったものである。得られた計算結果を棒理論に基づく解析結果と比較し、長柱の後座屈領域における薄板集成構造物としての非線形挙動特性について考察する。

2. 解析手法

(1) 薄板理論に基づく解析

箱形断面柱を薄板集成構造物とみなして非線形解析を行なうにあたり、Harrmann の混合型有限要素法¹⁾を用いた。非線形計算の際には、修正 Newton-Raphson 法と弧長増分法とを組み合わせる収束計算を行なった。

(2) 棒理論に基づく解析

本報告では、I. Szabó の柱の有限変位理論²⁾を初期たわみを考慮して修正して用いた。誘導した基礎方程式は次式で与えられる。

$$\frac{d^2 \omega}{d \sigma^2} + \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{d \omega}{d \sigma} \right)^2 \right\} \left(\pi^2 \xi^2 \omega - \frac{d^2 \omega}{d \sigma^2} \right) = 0 \quad (1)$$

ただし、 $\sigma \equiv s/L$ 、 $\omega \equiv w/L$ 、 $\pi \xi \equiv \lambda L$ 、 $\lambda^2 \equiv P/EI$ であり、 s は変形後の柱の軸線に沿った座標、 L は柱の長さ、 w は柱がまっすぐな状態を基準にしたたわみ、 P は軸圧縮力、 EI は柱の曲げ剛性である。 $\overline{\omega}$ は無次元化初期たわみを表わしている。解析に際しては摂動法を用いた。

3. 解析モデル

解析モデルの全体図を図1に示す。対称性を考えて、上半分について解析する。板の番号を図1のようにつける。寸法は図1に示したとおりである。なお、モデルを棒部材とみなしたときの細長比は、 $L/r = 24.37$ である。ただし、 r は最小回転半径であり、 $r \equiv I/A \approx 4.102$ である。材料定数は Young 率 $E = 2100000$ (kg/cm²)、Poisson 比 $\nu = 0.3$ とする。

棒理論より得られる柱の座屈荷重は、 $\xi_{cr} \equiv \lambda L/\pi = 1.0$ である。

全体座標系の Y 方向に、

$$\overline{\omega} = \overline{\delta} \cos (\pi X/L) \quad (2)$$

となる初期たわみ $\overline{\omega}$ を与える。ここで、 $\overline{\delta} = 0.001$ とした。

棒理論による解析の場合、柱の両端の境界条件は両端単純支持を想定した。一方、薄板理論による解析の場合には、棒理論の両端単純支持に対応する境界条件として、いくつかの境界条件が考えられる。本報告では、両端単純支持の柱に近いモデルとして、境界条件の異なる次の3種のモデルを考える。

すなわち、各モデルごとに異なる境界条件として、桁端部 $X/L = 0.5$ に位置する各板上の点に関して次のような境界条件を与える。(図1参照)

(モデル1) Y 、 Z 方向変位を拘束する (X 方向には自由に動くとする)。

(モデル2) 各板の面外方向変位のみ拘束し、面内方向には自由に動くとする。つまり、板1、3は Z 方向

変位を拘束し、板 2, 4 は Y 方向変位を拘束する。

(モデル 3) $Y/L = 0$ となる点 (板 1, 3 の中心線上にある点) の Y 方向変位のみ拘束する。

各モデルに共通する境界条件として、つぎの 3 つの境界条件を与える。

(1) $X/L = 0.5$ に位置する要素境界上の板曲げモーメントは 0 である。

(2) $X/L = 0$ に位置する点の X 方向変位を拘束する (Y, Z 方向には自由に動く)。

(3) $Z/b_x = 0$ に位置する点の Z 方向変位を拘束する (X, Y 方向には自由に動く)。

なお、条件 (2) および (3) は変形の対称性を考慮して付加したものである。

荷重条件は、桁端部 ($X/L = 0.5$) に等分布荷重が作用するものとした。

解析にあたって、各板を軸方向 (X 方向) に 1/2 分割、軸に垂直な方向に 4 分割して解析を行なった。

4. 解析結果及び考察

板 1 の点 A における初期たわみ方向 (Y 方向) の荷重-たわみ曲線を図 2 に示す。図は縦軸に無次元化荷重 ξ 、横軸に無次元化たわみ ($\omega + \bar{\omega}$) をそれぞれとって示したものである。図 2 から明らかなように、モデル 3 の場合、棒理論に基づく柱の座屈荷重 $\xi_{cr} = 1$ の近傍でたわみが急増するのに対し、モデル 1 および 2 の場合は、荷重レベルが $\xi = 1$ を越えてもしばらくはたわみの増加は緩やかである。また、モデル 1 および 2 についてはほぼ同一の荷重-たわみ曲線が得られている。

座屈荷重 $\xi = 1$ のレベルまでは、モデル 3 の変位挙動が、棒理論に基づく結果に比較的近い挙動をしめしている。しかしながら、棒理論による荷重-たわみ曲線が単調増加曲線であるのに対し、薄板集成構造物とみなして解析したモデル 3 の場合、極大点を持つ釣り合い経路が得られ屈伏現象の発現が認められる。これは、棒理論と薄板理論との本質的な相違を示す結果である。なお、モデル 1 に関しては、さらに荷重レベルを増大させて解析を続行したが、今回の解析の範囲では、極大点を持つ経路は得られなかった。

5. 結論

今回の解析結果より、以下の結論が得られる。

- 1) 軸方向圧縮力をうける箱型断面柱を薄板集成構造物として解析する場合、柱両端における境界条件の選択が、柱の座屈挙動に著しい影響を及ぼす。
- 2) モデル 3 の境界条件を有する箱型断面長柱については、座屈荷重のみに限定すれば、棒理論による近似が可能である。
- 3) 後座屈領域における変位挙動については、屈伏現象が発生する可能性があるため、本報告で述べた棒理論を適用して解析することは不可能である。

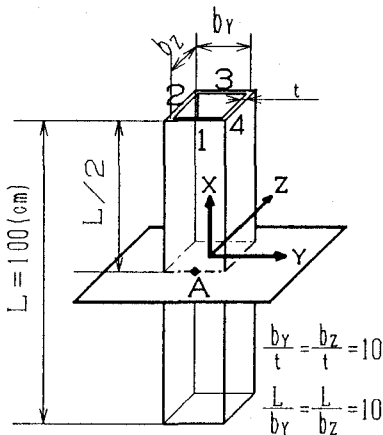


図 1 解析モデル

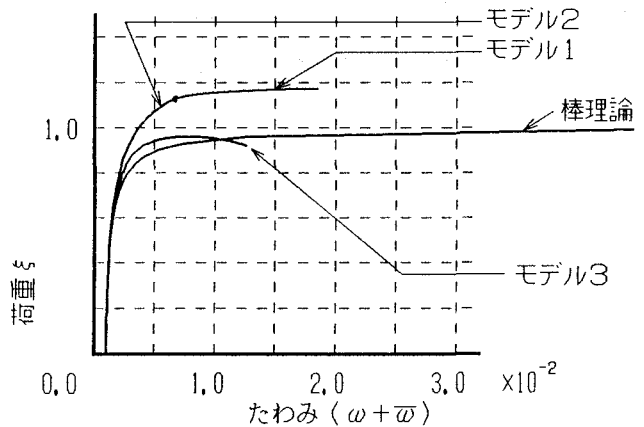


図 2 荷重-たわみ曲線

参考文献

- 1) Suetake, Y., Hirashima, M. and Yoda, T.: Proc. of JSCE No. 374/1-6, pp. 39, Oct., 1986.
- 2) Szabó, I., Springer-Verlag, 1960.