

機関組技術研究所 正会員 松原 勝己

機関組技術研究所 正会員 浦野 和彦

1. はじめに

現在、地震応答解析に用いる観測波形は、ノイズの消去等を目的として、ハイカットフィルターを用いた高振動数成分の除去が行われることが多い。本報では、いくつかのハイカットフィルターの特徴を明らかにするため、それらのフィルター形状およびインパルス応答波形について比較検討を加えた。

2. フィルター形状とインパルス応答

フィルターのシステム関数を $H(\omega)$ とすれば、インパルス応答 $h(t)$ は、 $H(\omega)$ のフーリエ逆変換として表わされ、特に、 $h(t)$ が実関数の時は、次式で表わすことができる。¹⁾

$$h(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} A(\omega) \cos[\omega t - \theta(\omega)] d\omega \quad (1)$$

ここに、 $H(\omega) = A(\omega) e^{-i\theta(\omega)}$ 、 $A(\omega)$ ：振幅スペクトル、 $\theta(\omega)$ ：位相スペクトル、 $i = \sqrt{-1}$

以下では、(1)高振動数での振幅をゼロにした場合、(2)高振動数での振幅を cosine 型で低減させた場合、(3)(1)のインパルス応答に矩型の包絡線に乗じる場合、の3種のフィルターについて、フィルター形状とインパルス応答を計算する。

(1)高振動数での振幅をゼロにした場合

$$\text{振幅特性 } A(\omega) = \begin{cases} A_0 & (\omega < \omega_c) \\ 0 & (\omega > \omega_c) \end{cases}, \quad \text{位相特性 } \theta(\omega) = \omega t_0 \quad (2)$$

$$\text{インパルス応答 } h_1(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\omega_c} A_0 \cos \omega(t - t_0) d\omega = \frac{A_0}{\pi} \frac{\sin \omega_c(t - t_0)}{t - t_0} \quad (3)$$

(2)高振動数での振幅を cosine 型で低減させた場合

$$\text{振幅特性 } A(\omega) = \begin{cases} A_0 & (\omega < \omega_c) \\ \frac{A_0}{2} [1 + \cos(\pi \frac{\omega - \omega_c}{\omega_d - \omega_c})] & (\omega_c < \omega < \omega_d) \\ 0 & (\omega > \omega_d) \end{cases}, \quad \text{位相特性 } \theta(\omega) = \omega t_0 \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{インパルス応答 } h_2(t) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\omega_c} A_0 \cos \omega(t - t_0) d\omega \\ &\quad + \frac{1}{\pi} \int_{\omega_c}^{\omega_d} \frac{A_0}{2} [1 + \cos(\pi \frac{\omega - \omega_c}{\omega_d - \omega_c})] \cos \omega(t - t_0) d\omega \\ &= \frac{A_0}{\pi} \frac{\omega_c + \omega_d}{2} \frac{\sin t_1}{t_1} \frac{\cos(\pi t_2/2)}{1 - t_2^2} \end{aligned} \quad (5)$$

ここに、 $t_1 = (\omega_c + \omega_d)/2 \cdot (t - t_0)$ 、 $t_2 = (\omega_d - \omega_c)/2 \cdot (t - t_0)$

式(5)で表される関数は、 $t = t_0$ でピーク値 $h_2(t_0) = A_0/\pi \cdot (\omega_c + \omega_d)/2$ を有するが、式(3)と比較すれば、 $1/(1 - t_2^2)$ の項があるため、インパルス応答 $h_2(t)$ は、 $t = t_0$ より遠ざかるにつれて振幅の減少が著しくなる。

(3)高振動数での振幅をゼロとした時のインパルス応答に矩型の包絡線に乗じる場合

(2)でのインパルス応答 $h_2(t)$ が、 $|t| > T$ でゼロになるようなフィルターのシステム関数を求める。矩型パルス $p(t - t_0)$ ($t_0 - T < t < t_0 + T$ で 1、0、それ以外で 0)を用いて、

$$h_2(t) \cdot p(t - t_0) \longrightarrow \frac{1}{2\pi} H_2(\omega) * \left[\frac{2 \sin \omega T}{\omega} \cdot e^{-i\omega t_0} \right] \quad (6)$$

ここに、 $\longrightarrow$ はフーリエ変換対、 $*$ は合成積を表す。 $H_2(\omega) = A_0 e^{-i\omega t_0}$ (ただし $\omega < \omega_c$ の時、 $\omega > \omega_c$ ではゼロ) とすれば、

$$h_2(t) \cdot p(t - t_0) \longrightarrow \frac{A_0}{\pi} e^{-i\omega t_0} \int_{T(\omega - \omega_c)}^{T(\omega + \omega_c)} \frac{\sin x}{x} dx \quad (7)$$

3. 計算例

2で示した計算式によって、フィルタ形状とインパルス応答を計算した。図-1にフィルタ形状を、図-2にインパルス応答を示す。図-1および2のケース(1)、(2)および(3)は、2で述べた(1)高振動数での振幅をゼロにした場合、(2)高振動数での振幅をcosine型テーパで低減させた場合、(3)(1)のインパルス応答に矩型の包絡線 ($|t| > T$ でゼロ) を乗じる場合に対応している。時刻歴での位相ずれ t_0 、カットオフ振動数 f_c ($=\omega_c/2\pi$)、 f_d ($=\omega_d/2\pi$) および T は、それぞれ $t_0 = 3 \text{ sec}$ 、 $f_c = 5 \text{ Hz}$ 、 $f_d = 5.5 \text{ Hz}$ 、 $T = 1 \text{ sec}$ に設定している。

計算方法としては、式(2)、(4) および(7)で表されるフィルタのシステム関数を作成し、それをFFTによってフーリエ逆変換することによりインパルス応答を求めた。

ケース(1)のインパルス応答波形をみると、5 Hz以上の振幅をすべてゼロにしたために、5 Hzの振動数をもつ波形がインパルスの両側に持続している。ケース(2)では、5 Hzから 5.5 Hzまでの振幅に cosine型のテーパをかけたものであるが、インパルスから遠ざかるにつれて時刻歴の振幅値の減衰が大きく、インパルスから 2 sec 程度離れるとほぼゼロとなっている。ただし、インパルス応答のピーク値は、ケース(1)よりケース(2)の方が若干大きくなっている。ケース(3)では、インパルス応答のピーク時より 1 sec 以上離れると振幅はゼロを示しており、ピーク値はケース(1)と等しくなっている。

4. おわりに

本報では、3種類のハイカットフィルタについて、それらのフィルタ形状とインパルス応答を示し、比較検討を加えた。その結果、実用上高振動数側の振幅をcosine型テーパで減衰させることによって、カットオフしたことによる影響を除去できることがわかった。

<参考文献> 1) A. パポリス；応用フーリエ積分、

1967

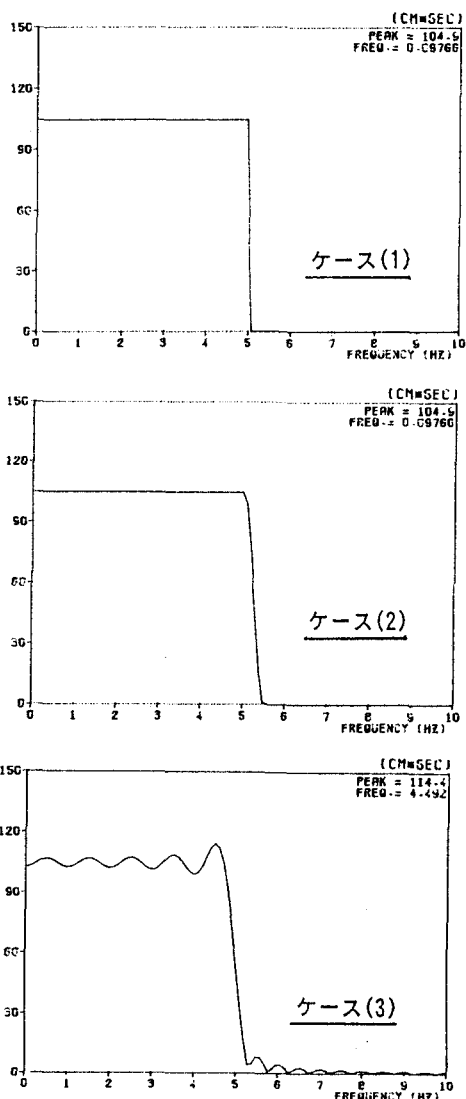


図-1 フィルタの形状

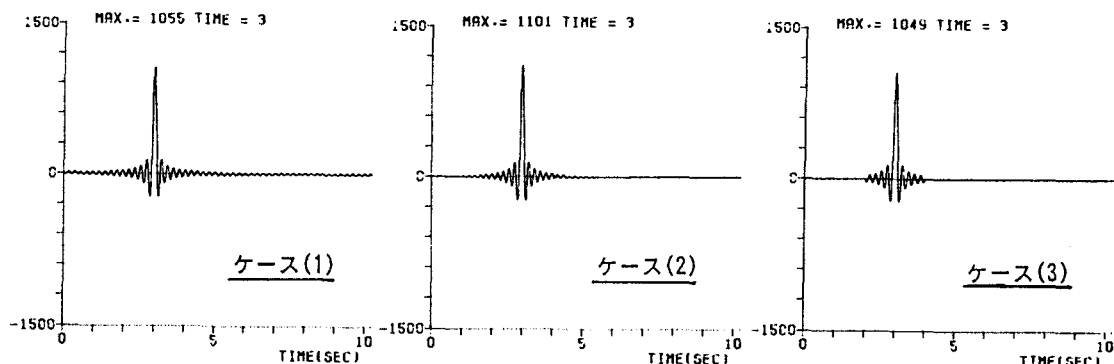


図-2 インパルス応答