

新潟大学大学院 学生員 ○宮野 裕一

新潟大学工学部 正会員 阿部 和久

1. はじめに 個別要素法は、解析対象物を不連続な小要素(一般的には円形要素)の集合体と仮定し、それぞれの要素間に弾性スプリング・粘性ダッシュポットを挿入して各要素毎に運動方程式を構成し、それを時間領域で前進的に解くことにより各要素の挙動を求め、解析対象物全体の動的な挙動を得るものであり、土・岩石堆積層等の応力・変形解析においてよく用いられている。本報告では粘性体解析において個別要素法を適用するための解析手順を構成し、その有効性について検討する。

2. 要素モデル 個別要素法では従来、各要素間に弾性スプリング・粘性ダッシュポットを並列に挿入したVoigtユニットが一般に用いられているが、本研究では粘性体の解析を目的とした図-1に示すモデルの適用を試みた。このモデルは、Voigtユニットとダッシュポットとを直列に接続させた複合ユニットであり、このダッシュポットにより粘性体の特質である変位の不可逆性を表現することができる。

このモデルの他に、粘性体を表現するためのユニットとして例えばダッシュポットのみ、Voigtユニット、スプリングとダッシュポットの直列接続(Maxwellユニット)等が考えられるが、これらのユニットでは解析が不安定であるか、または安定な解析のためのダッシュポットの粘性係数の範囲に上限値・下限値が存在する。一方、図-1に示したモデルの場合、粘性を表現する直列接続のダッシュポットの粘性係数 η_2 の安定範囲には下限値のみ存在し、上限値は存在しない。したがって、例えば粘性が時間と共に増加するような現象の解析も安定に進めることができる。

3. 解析手順 要素 i, j 間に作用する力を F とし、 u_1, u_2 をそれぞれVoigtユニット部、直列ダッシュポット部の変位、 $u (= u_1 + u_2)$ を要素間の相対変位、 u_i, u_j を各要素の変位とすると、 F はこれらを用いて次式の様に与えられる。

$$F = m \ddot{u}_i \quad (1)$$

$$= \eta_2 \dot{u}_2 \quad (2)$$

$$= F_k + F_\eta \quad (F_k = k_1 u_1, F_\eta = \eta_1 \dot{u}_1 = \eta_1 (\dot{u} - \dot{u}_2)) \quad (3)$$

ここで、 F_k, F_η はそれぞれVoigtユニット部のスプリング、ダッシュポットに作用する力であり、 m は要素質量、また $(\cdot), (\ddot{\cdot})$ はそれぞれ時間に関する1階、2階微分を表す。

$$\text{式(2), (3)より} \quad \dot{u}_2 = \frac{1}{\eta_1 + \eta_2} \{ k_1 (u - u_2) + \eta_1 \dot{u} \} \quad (4)$$

$$\text{また、式(1), (3)より} \quad \ddot{u}_i = \frac{\eta_2}{\eta_1 + \eta_2} \left\{ \frac{k_1}{m} (u - u_2) + \frac{\eta_1}{m} \dot{u} \right\} \quad (5)$$

以上の関係を用い、時間増分 Δt 後の第 $n+1$ ステップにおける解を次式より求める。

$$\begin{cases} u_{2,n+1} = u_{2,n} + \dot{u}_{2,n} \Delta t \\ u_{1,n+1} = u_{1,n} + \dot{u}_{1,n} \Delta t + \frac{1}{2} \ddot{u}_{1,n} \Delta t^2 \\ \dot{u}_{1,n+1} = \dot{u}_{1,n} + \ddot{u}_{1,n} \Delta t \end{cases} \quad (6)$$

4. 解析例 解析例として、雪を例に、図-2に示すような積雪中に梁が置かれた場合の積雪の沈降現象のシミュレーションを行った。雪は粘弾性係数が雪温 θ 、雪の質量密度 γ の関数になるという特異な力学的性質を持ち、一次元の変形形式に対する粘性係数 η は次式の様に表される¹⁾。

$$\eta = \bar{\eta} \cdot \Phi(\theta, \gamma) \quad (7)$$

$$\text{ここで} \quad \Phi = e^{0.089(|\theta|-5)} \cdot e^{25.3\gamma} \quad (8)$$

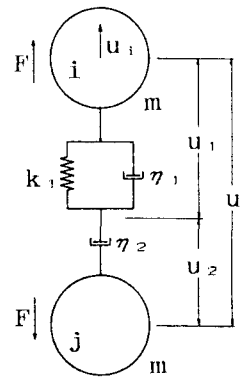


図-1 要素モデル

なお、引張り・圧縮・せん断の各変形形式における係数 $\bar{\eta}$ の比はほぼ3:2:1となる。これらの性質を持った粘性体の挙動を個別要素解析するために、各要素間のダッシュボットの粘性係数に対し、式(8)と同様の関係を適用した。

Voigtユニット部のスプリングは解析対象全体を構成する骨格を支え得るだけのものでなければならず、安定に解析を進めるための時間増分幅 Δt はそれより決定される。一方、雪の変形の進行にかかる時間のオーダーは Δt に比べはるかに大きく、上述の Δt のもとで解析することは實際上不可能である。そこで、解析上と実際とにおける時間および粘性係数 τ 、 $\bar{\eta}$ および t 、 $\bar{\eta}$ の関係を次の様に変換した。

$$F = \bar{\eta} \cdot \Phi \cdot \frac{dU}{dt} = \tilde{\eta} \cdot \Phi \cdot \frac{dU}{d\tau}, \quad \tau = Ct \quad \text{とすると} \quad \tilde{\eta} = C\bar{\eta} \quad (9)$$

ここで、 C は解析上と実際との時間比率である。

また、個別要素間の粘性係数と解析対象の粘性係数との関係は一次元圧密解析を通して決定した。

図-3に $\tau=2.0$ 秒における変形図を示す。またその時の梁の周囲の個別要素間に作用する圧縮力、引張力およびせん断力をそれぞれ図-4~6に示す。これらの図より梁の近傍における力の伝達の様子がわかり、図-4,6より、梁の上部にくさび状の領域の存在が認められる。また図-5より、引張り領域が梁の上部表面近くに水平方向に発生していることがわかる。これらの図より、梁に荷重として作用している領域の範囲が概ね読取れる。なお梁に作用する沈降力を荘田の実験式²⁾より求めると $3.72 \times 10^5 \text{ dyn/cm}$ となるが、本解析では $3.69 \times 10^5 \text{ dyn/cm}$ でピークに達し、梁の近傍に亀裂が生じ、その後約 $2.20 \times 10^5 \text{ dyn/cm}$ となった。

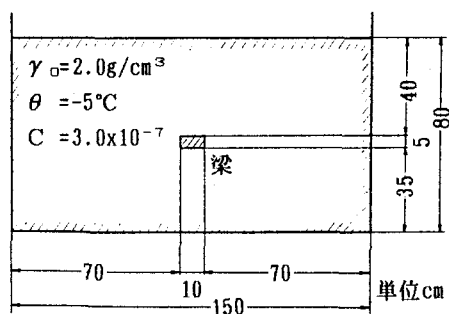


図-2 解析条件

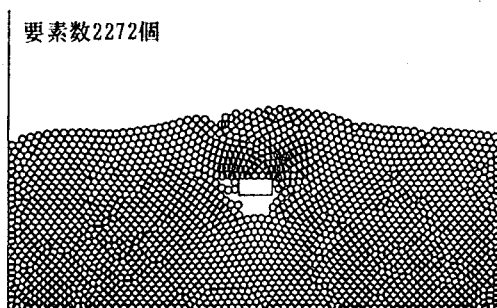


図-3 変形図($\tau=2.0$ 秒)

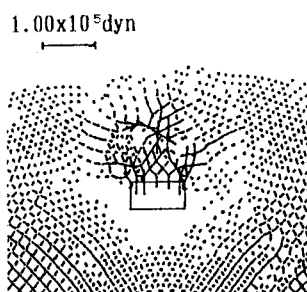


図-4 圧縮力図

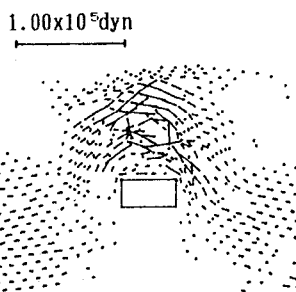


図-5 引張力図

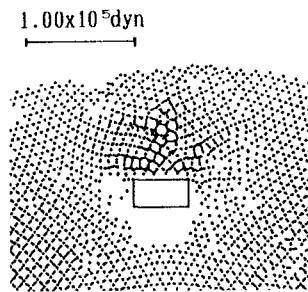


図-6 せん断力図

6. おわりに 個別要素法を用いた粘性体の解析手順について検討した。図-1に示した要素モデルを用いることにより、雪のような粘弾性体解析が可能であることが確かめられた。今後、実際の解析対象の物性に対応する要素モデルの構成についてさらに検討して行くつもりである。

<参考文献> 1), 2) 日本建設機械化協会編『新防雪工学ハンドブック』第1章 森北出版株式会社