

早稲田大学理工学部 学生員○ 伊藤 嘉晃

早稲田大学理工学部 正 員 末武 義崇

早稲田大学理工学部 正 員 平嶋 政治

1. まえがき

土木構造物の中でも、箱桁や板桁のように複数の薄板によって構成される構造物は、本来骨組み構造物としてではなく薄板集成構造物と見なして解析するのが妥当である。実際、最近の大型計算機や数値解析手法の発達に伴って、薄板集成構造物と見なした解析が可能になってきている。ところが、有限要素法を用いた場合には、それぞれの要素タイプに応じて自由度が限定されているため、各薄板要素の接合に際し必ずしも全ての接合条件が満たされているわけではない。従って考慮されていない接合条件の定量的な影響に興味が持たれる。本報告では有限要素法の一例である Herrmann¹⁾の混合法を用いて箱桁の解析を実施し、Fourier級数を用いた解析結果との比較を通じ、接合条件式の影響について定量的な検討を行なった。

2. 接合条件の問題点

板の接合条件式は以下の6条件8本の式がある。(図1参照)

- | | | | |
|------------------------|---------------------|-----------|-----------------------|
| 1) 剪断力のつりあい | $N_{xyA} = N_{xyB}$ | 5) 変位の連続 | $u_A = u_B$ |
| 2) 曲げモーメントのつりあい | $M_{xyA} = M_{xyB}$ | | $v_A = v_B$ |
| 3) A面の膜力とB面の有効剪断力のつりあい | $N_{yA} = V_{yB}$ | | $w_A = -v_B$ |
| 4) A面の有効剪断力とB面の膜力のつりあい | $V_{yA} = N_{yB}$ | 6) 隅角部の直交 | $\theta_A = \theta_B$ |

ここで、Herrmannの混合法の要素タイプ(図2参照)は、3角形要素の3頂点の変位(u, v, w)と3辺の曲げモーメント(M_n)を考慮したものである。つまり上の2)と5)の2条件4本の接合条件式のみ満たしている。

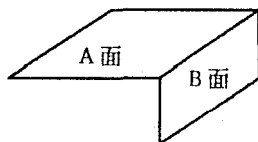


図1 接合辺に沿う2枚の板の接合図

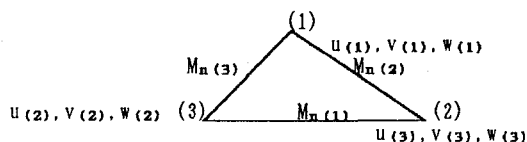


図2 混合法の要素タイプ

3. Fourier級数解

$$u_i(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ (\alpha_n^i + \beta_n^i y_i + \frac{L}{n\pi} \frac{3-\nu}{1+\nu} \delta_n^i) \sinh \frac{n\pi y_i}{L} + (\gamma_n^i + \delta_n^i y_i + \frac{L}{n\pi} \frac{3-\nu}{1+\nu} \beta_n^i) \cosh \frac{n\pi y_i}{L} \right\} \cos \frac{n\pi x}{L} \quad (1)$$

$$v_i(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ (\alpha_n^i + \beta_n^i y_i) \cosh \frac{n\pi y_i}{L} + (\gamma_n^i + \delta_n^i y_i) \sinh \frac{n\pi y_i}{L} \right\} \sin \frac{n\pi x}{L} \quad (2)$$

$$w_i(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ (A_n^i + B_n^i) \cosh \frac{n\pi y_i}{L} + (C_n^i + D_n^i) \sinh \frac{n\pi y_i}{L} + \delta_{1i} \right\} \sin \frac{n\pi x}{L} \quad (3)$$

式(1)(2)(3)は8つの未定係数を持ち、これが接合8条件式と対応する。

但し、式(1)(2)(3)式における記号は以下のとおりである。

u : x 方向の変位 v : y 方向の変位 w : z 方向の変位 (但し板ごとの部分座標系)
 i : 板番号 ($i=1, 4$) L : 桁長 Ω_n : 荷重項 $\alpha, \beta, \gamma, \delta, A, B, C, D$: 任意定数

4. 解析モデルおよび計算結果

解析モデルとその計算結果を表1に示す。

表1. 有限要素法とFourier級数解の比較

モデル		TYPE 1	TYPE 2	TYPE 3	TYPE 4
桁長 (cm)		60	80	100	120
x 軸方向の分割数		6	8	10	12
A 点の	混合法	0.803×10^{-3}	1.469×10^{-3}	2.455×10^{-3}	3.848×10^{-3}
Z 方向の	Fourier級数	0.847×10^{-3}	1.565×10^{-3}	2.637×10^{-3}	4.154×10^{-3}
変位 (cm)	梁理論	0.467×10^{-3}	1.108×10^{-3}	2.164×10^{-3}	3.739×10^{-3}

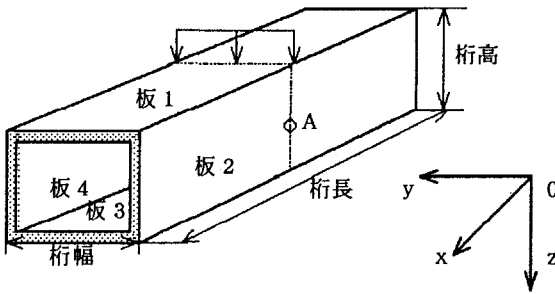


図3 解析モデル図

図4 全体座標系
(原点は構造物の中心)

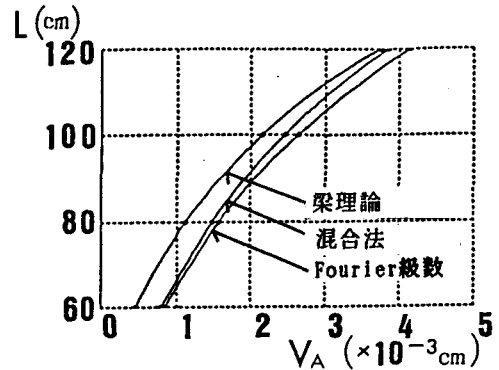


図5 桁長-変位図

但し、TYPE 1, 2, 3, 4とも桁高= 20cm、桁幅= 20cm、板厚= 1cm、y軸方向の分割数= 4、z軸方向の分割数= 4、Young率: $E=2100000\text{kg/cm}^2$ 、Poisson比: $\nu=0.3$ とした。境界条件は4枚の各板に関し、両端の辺(ドット部)において変位 $V, W=0$ 、曲げモーメント $M_x=0$ 、板の中央(破線, $X=0$)で $u=0$ とした。荷重条件は、板1の $X=0$ に 5.0 Kg/cm の線荷重をかけるものとし、全てのモデルに関し同一である。また、有限要素分割に際し、メッシュの大きさは全てのモデルについて一定となるよう配慮した。数値結果として、桁全体のたわみを代表すると考えられる点A(図3)のZ方向の変位を選んだ。表1に示した数値結果を、縦軸に桁長を横軸に変位をそれぞれとって整理したものが図5である。

5. 考察

表1および図5に示した解析結果から明らかなように桁全体のたわみに関し、梁理論に基づく解は、薄板理論に基づくFourier級数解を、より小さめに評価している。一方、Herrmannの混合法による結果は両者の中間の評価を与えている。また、桁長の増大に伴って3者の結果の差異は減少する傾向にあるが、特にHerrmannの混合法による結果がより明確に梁理論による結果に近づいていくことがわかる。有限要素分割に際して、いずれのモデルにおいてもメッシュの大きさが不変となるように配慮しているから、上記の結果は分割の影響によるものとは考えられない。従って、Herrmannの混合法は箱桁の桁長の増大に伴って、桁の薄板集成構造物としての特性を評価し得なくなると言える。これは、Herrmannの混合法の場合、要素境界における接合条件のうち、必ずしも全ての条件式が満足されないことによると考えられる。しかしながら、桁長 L が $L=60\text{ cm}$ の場合、混合法による解とFourier級数解との差は5%程度であるから、桁長が短く4枚の板部材の薄板としての挙動が卓越する範囲であれば、Herrmannの混合法を用いたとしても、薄板集成構造物として箱桁の解析を実施することが可能であると言える。

参考文献

- 1) Suetake, Y., Hirashima, M. and Yoda, T., Proc. of JSCE, No. 374/I-6, Oct., 1986.