

1. 緒 言

粒状体の解析方法として, 個別要素法 (DEM) が用いられることが多い¹⁾。DEMは, 要素に働く力を慣性力に置換して解くため, 動的な現象から, ゆっくりとした現象まで解析できる特色がある。しかし, ばね係数の決定法があいまいであることや, 膨大な計算時間を要するなどの欠点もある。また岸野²⁾は, 準静的な解析法を提案しているが, このモデルにおいても弾塑性ばねの概念を使用しているため, ばね係数を決定する必要がある。そこで本研究は, 粒状体の運動が本質的に滑り現象であることに着目し, 接触要素に剛体ばねを導入して, 線形計画法 (LP) による塑性解析を応用した粒状体の運動挙動解析を行う手法を開発した。

2. 解析基本式および解析手順

LPによる塑性解析の静的問題の基本式は, 表-1のように表される³⁾。ここで, 式(1a)は荷重係数 α を最大にすることを示す。式(1b)は, 要素に働く外力 αF と接触点におけるばねの内力 Q とが, 釣合マトリクス C^T によって関係づけられる釣合条件を表す。例えば, 図-1のような斜面上に1個の要素がある場合には, 次式のようになる。

$$-\alpha \begin{bmatrix} F_v \\ F_H \\ F_\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\cos\theta, -\sin\theta, 0 \\ \sin\theta, -\cos\theta, 0 \\ 0, -r, 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_n \\ Q_s \\ Q_m \end{bmatrix} = 0 \quad (2)$$

ここで, F_v , F_H , F_θ : それぞれ要素中心に作用する垂直, 水平, 回転方向の外力, Q_n : 接触点の法線方向の接触力, Q_s : 接触点のすべり力, Q_m : 要素の回転に抵抗する仮想の内力, θ : 接触角。

また, 式(1c)は降伏条件式 (N : 降伏線に対する単位法線マトリクス, R : 塑性容量ベクトル) である。例えば, まず回転内力 Q_m は仮想のばねであるので, 極めて微小な回転抵抗 Q_m^P で降伏に達する。これは, 図-2に示すように次式によって表わされる。

$$Q_m \leq Q_m^P, \quad -Q_m \leq Q_m^P \quad (3)$$

続いて, 滑り力 Q_s に関しては, 図-3に示すようにクーロ滑りに関する降伏条件を用いて, 法線方向接触力 Q_n との関係で次式によって与えられる。

$$Q_s - Q_n \tan\phi \leq C, \quad -Q_s - Q_n \tan\phi \leq C \quad (4)$$

ここで, ϕ : 接触点の内部摩擦角, C : 粘着力。

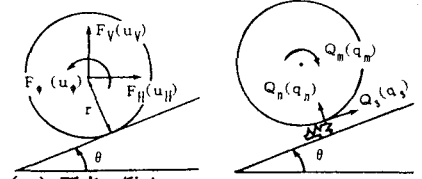
さらに, 法線方向の内力 Q_n は引張抗力がないため, 次式の非負条件が成立しなければならない。

$$Q_n \geq 0 \quad (5)$$

式(1)をソルバ法によって解くと主変数 α , Q と同時に双対変数 $\dot{u}$, $\dot{\lambda}$ が, 表-1に示す式(1b), (1c)に対応してそれぞれ求められる。ここで, $\dot{u}$ は運動方程式における変位速度ベクトル, $\dot{\lambda}$ は塑性乗数ベクトルであり, 双対定理よ

表-1 線形計画法による塑性解析の基本式

未知数	α, Q	双対変数
目的関数	$\alpha \rightarrow \max$ (1 a)	
制約条件	$-\alpha F + C^T Q = 0$ (1 b)	$\dot{u}$
降伏条件	$N^T Q \leq R$ (1 c)	$\dot{\lambda}$



(a) 要素に働く外力 F と変位 u と変形 q
図-1 円形要素に働く力とばねの内力

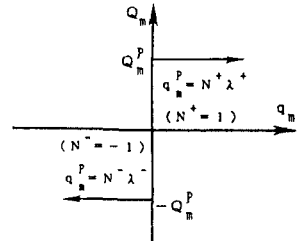


図-2 回転ばねの力と変形

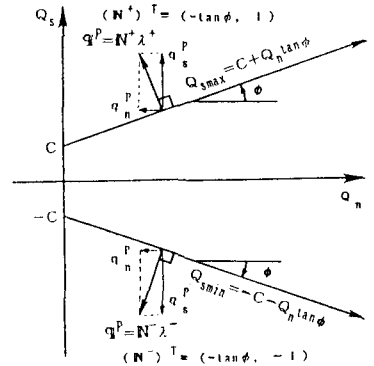
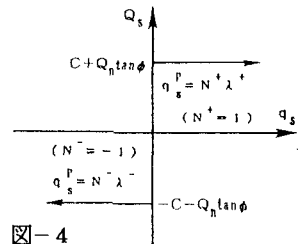
図-3 滑りばね Q_s の降伏条件式

図-4 修正された滑りばねの力と変形

り次式の変形適合条件が満足されることが明らかにされている³⁾。

$$C\dot{u} - N\dot{\lambda} = 0 \quad (6)$$

よって、この $\dot{u}$ ベクトルによって運動時の要素の変位方向が与えられる。しかし、塑性変形 $q^p (=N\dot{\lambda})$ のうち、回転ばねの場合は、その変形が図-2に示すように他の変形とは独立して生ずるので問題ないが、滑りばねの場合は、図-3に示すように、 $\dot{u}$ ベクトル関係にあるため、滑りばねの変形と同時に法線方向ばねにも変形が生ずる。しかし、実際の滑り変形においては法線方向の変形は生じない($q_n^p = 0$)。そこで、式(4)に代えて次式を用いて再度式(1)を解くものとする。

$$Q_s \leq Q_s^p, \quad -Q_s \leq Q_s^p \quad (7)$$

ただし、 $Q_s^p = C + Q_n \tan \phi$ 、この場合の Q_n は式(4)を用いた式(1)の解によって与えられる既知数。よって、式(7)に対応する塑性変形 q_s^p は、図-4に示すように真の滑り変形を与えることになる。ところで、ここで得られた $\dot{u}$ ベクトルは運動のモード(形)を表わし、その大きさは絶対的な変位量とはならない。このため、これを

基に増分変位量 Δu を次式によって求める。

$$\Delta u = \varepsilon \dot{u} \quad (8)$$

ここで、 ε は変位増分を決定する係数。これらの基本式を用いた粒状体の運動挙動解析の手順を、図-5に示す。

3. 計算結果と考察

(1) 斜面上の1個の要素の塑性解析

塑性解析の解の妥当性を検討するため、斜面上の1個の円形要素に、水平、垂直および斜面に垂直に力を加えた場合の塑性解析を行った。それぞれの解を図-6(a)~(c)に示す。図-6(a),(b)では、水平、垂直方向に力を与えると、極めて微小な力で運動し、その時の変位ベクトルは、それぞれ斜面に沿って上方および下方に転がりながら移動する解を得ている。なお、この際回転量は、並進移動量 L に対して ϕr が等しくなる解が得られている。続いて、図-6(c)の斜面に垂直な力を与えた場合には、解析不能となっており、運動が生じないことを表している。

(2) 3個の円形要素の崩壊挙動解析

一連の運動挙動解析の妥当性を検討するために、図-7に示す3個の要素が自重によって運動する場合の解析を行った。図より、解析は空中にある要素の落下運動を含め妥当な解を得ていることがわかる。

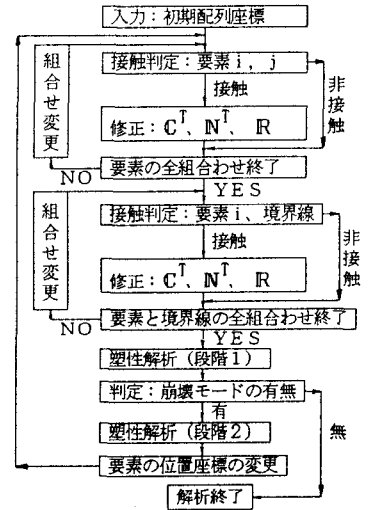


図-5 LPによる粒状体の運動挙動解析の手順

解析条件	解析結果 (接触力)	解析結果 (変位)
(a)	$\alpha = 0.115 \times 10^{-2}$ $Q_n = 0.577 \times 10^{-3}$ $Q_s = 0.1 \times 10^{-2}$	
(b)	$\alpha = 0.2 \times 10^{-2}$ $Q_n = 0.173 \times 10^{-2}$ $Q_s = 0.1 \times 10^{-2}$	
(c)	運動せず	

図-6 斜面上の円形要素の塑性解析

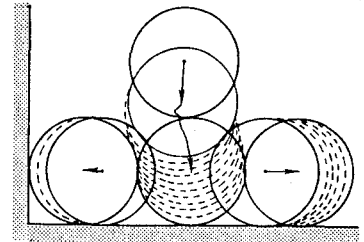


図-7 3個の円形要素の運動挙動解析

参考文献 1) 例えば、木山・藤村：カンドルの離散剛要素法を用いた岩質粒状体の重力流動の解析，土木学会論文報告集，第406号，pp.137~146，1983年5月。2) 岸野：新しいシミュレーション法を用いた粒状体の準静的挙動の解析，土木学会論文集，第406号/III-11，pp.97~106，1989年6月。3) 石川・大野：入門・塑性解析と設計法，森北出版，1988年5月。