

(Ⅱ-14) 開水路鉛直方向流速分布の乱流モデルによる試算

法政大学工学部 学生会員 ○ 土 屋 直 也
 法政大学工学部 正 会 員 西 谷 隆 亘
 法政大学工学部 正 会 員 牧 野 立 平
 法政大学工学部 小 沢 裕 二

1. はじめに

管水路の鉛直方向流速分布については Nikuradse らの実験結果と Prandtl の混合距離仮定から導かれた式は実測結果とよく一致することが知られている¹⁾。しかしながら、開水路の流速分布、乱流構造について議論する場合、自由水面の取り扱い方が問題である。また、実験測定装置等に限界があり粘性底層については非常に薄いため、よい実験結果は得られていない²⁾。本研究では近年活発に研究されている、いくつかの乱流モデルによる開水路鉛直方向流速分布の数値計算の結果と実験値との比較検討が試みられている。計算に用いる乱流モデルの1つは、過動粘性係数を壁からの距離に比例する代数式とし、経験的に与える Prandtl の混合距離モデルにより計算する。もう1つは過動粘性係数を乱流輸送方程式により与え、運動方程式を閉じる K-ε 乱流モデルを用いる。後者は、現在工学分野では広範囲に使用されて良い結果が得られている³⁾。

2. 実験方法および装置

実験は幅20cm高さ40cm長さ6mの長方形断面を持つ、河床勾配 1/250の亚克力製固定床実験装置により行われた。水路下流端には水位調整用の堰を設け、流れを等流に近い状態とした。測定断面は下流端より2mの位置で水路横断方向中央とし、流速はピトー管を用いて測定した。

表1 数値計算の水理条件

実験 ケース	平均水深 (cm)	平均流速 cm/s	Re	Fr	摩擦速度 cm/s
89S07	2.37	52.36	9000	1.06	2.78

3. 数値計算方法

(1) 基礎方程式 運動方程式としては Boussinesq の近似した一次元 Reynolds方程式を用いる。

$$\frac{d}{dy} \left\{ (\nu + \nu_t) \frac{dU}{dy} \right\} = -g \sin \theta \quad \dots (1)$$

(a) 混合距離モデルでは過動粘性係数 ν_t を式(2)で与え、混合距離 Q については粘性底層と遷移領域では van Driest 関数式(3)²⁾を、乱流領域には Prandtl-Karman 式(4)を与える。

$$\nu_t = Q^2 \left| \frac{dU}{dy} \right| \quad \dots (2) \quad Q = \kappa y \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{yU_*}{\nu A}\right) \right\} \quad \dots (3) \quad Q = \kappa y \quad \dots (4)$$

(b) K-ε 乱流モデルでは、中川・柳津³⁾の提案したモデルにより式(5)-(7)が与えられる。

$$\nu_t = 0.09 \left\{ 1 - 0.95 \exp\left(-\frac{K^2}{250 \nu \epsilon}\right) \right\} \frac{K^2}{\epsilon} \quad \dots (5)$$

$$\frac{d}{dy} \left\{ \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_K} \right) \frac{dK}{dy} \right\} + \nu_t \left(\frac{dU}{dy} \right)^2 - \epsilon - 2\nu_t \left(\frac{d\sqrt{K}}{dy} \right)^2 = 0 \quad \dots (6)$$

$$\frac{d}{dy} \left\{ \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{d\epsilon}{dy} \right\} + \nu_t C_1 \frac{\epsilon}{K} \left(\frac{dU}{dy} \right)^2 - C_2 \frac{\epsilon^2}{K} + 2\nu_t \nu_t \left(\frac{d^2 U}{dy^2} \right)^2 = 0 \quad \dots (7)$$

(2) 境界条件 水路床を $y=0$ 、水面を $y=h$ とし境界条件を以下に示す。

$$U|_{y=0} = K|_{y=0} = \epsilon|_{y=0} = 0 \quad \dots (8) \quad \frac{dU}{dy} \Big|_{y=h} = \frac{dK}{dy} \Big|_{y=h} = \frac{d\epsilon}{dy} \Big|_{y=h} = 0 \quad \dots (9)$$

以上の(1)~(7)の方程式を、中心差分を用いて差分化して計算をする。差分格子は不等間隔格子により粘性底層内を細分化する。式中の定数は表-2に示す。流速 U の値が変化しなくなったものを収束解とする。計算は法政大学大型計算機センターのFACOM M-780コンピュータを利用し、計算のCPU時間は $K-\epsilon$ モデルの計算では0.95秒であった。

表-2 モデル定数

κ	A	C_{μ}	C_1	C_2	σ_K	σ_ϵ
0.41	26	0.09	1.44	1.92	1.0	1.3

4. 結果および考察

計算結果と実験値を図-1に示す。縦軸に流速と摩擦速度の比 U/u_* 、横軸に $Y_+ = yu_* / \nu$ に関して実験値(○印)をプロットしたもので、+印は $k-\epsilon$ 乱流モデルよりの計算値をプロットし、△印は混合距離モデルによる計算値である。実線は対数則を示したものである。

これによると、粘性底層および遷移領域の範囲では二者のモデルによる計算値は比較的良く一致している。しかしながら、混合距離モデルによる計算値は水面に近づくに従って他の値と比べ小さくなり、差が大きくなる。この原因は外層領域で過剰粘性係数を式(4)で計算したためであり、この領域での過剰粘性係数の計算については既に他の研究者によるいくつかの研究がある²⁾。

同じように、水面近傍での $K-\epsilon$ モデルによる計算値と実験値を比べると計算値の方が大きくなる。この原因は自由水面の影響を考慮しないで、管路流の中央軸では流れが対称となる対称条件を開水路流れの境界条件(9)として用いたためである。

また、ここで用いた $K-\epsilon$ モデルは水路床を初期条件にした低レイノルズ数の流れにも適用可能なモデルである。

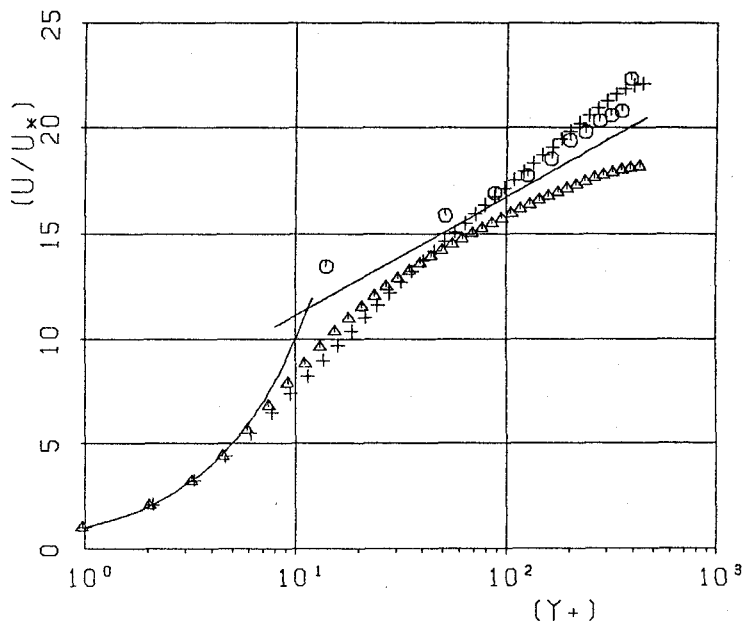


図-1 実験値と計算値の比較

5. おわりに

現在のところ、十分な精度の良い実験データがなく、今後、実験方法ならびに測定方法を改良する必要がある。今回の計算は高レイノルズ数の流れであり、このモデルにより低レイノルズ数の流れでも、実験値と計算値を比較する必要がある。

【参考文献】

- 1) 谷 一郎: 流体力学の進歩 乱流, 丸善株式会社, pp.17-21, 1980
- 2) Rodi, W.: Turbulence models and their application in hydraulics, Int. Assoc. Hydraulic Research, Delft, 1980
- 3) 柳津家久・中川博次: 自由水面を考慮した開水路乱流の数値計算法 - 修正 $k-\epsilon$ 乱流モデルによる解法 -, 京都大学防災研究所年報, 第29号B-2, pp. 643-673, 1986