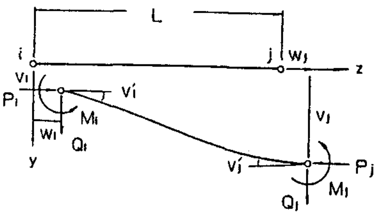
（Ⅰ－30）　多層ラーメン構造物の座屈特性

芝浦工業大学　学生員　篠之井康夫
芝浦工業大学　正　員　山本　一之
東京都立大学　正　員　野上　邦栄

1．まえがき

従来は、橋の計画に当たって量の確保に重点をおいて、機能主体の設計が多かったが、最近は特に周辺環境に調和するよう景観上の配慮が強く求められるようになった。長大橋の主塔もこれまで主流であったトラスを基本とした斜材形式に加えて、ラーメン形式を検討することが多くなってきている。そこで　はり－柱の線形化有限変位理論[1)2)]を基礎に対称形多層ラーメン構造に対称荷重が働く場合の座屈解析を行い、その力学的特性を明らかにして座屈設計上の有効な条件を明らかにしている。



図－1　はり－柱

2．固有値解法

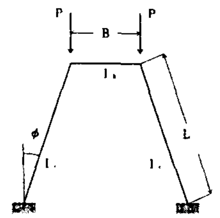
線形化有限変位理論により、はり－柱（図-1）の釣り合い方程式を導き、全体座標系に関する行列表示をする時、その釣り合い方程式は、

$$K\delta = R \qquad (1)$$

$$R = (P_i,\ Q_i,\ M_i\ ,\ P_j,\ Q_j,\ M_j\ )^T$$
$$\delta = (w_i,\ v_i,\ v_i'\ ,\ w_j,\ v_j,\ v_j'\ )^T$$
$$K = \begin{bmatrix} K_{11}, & K_{12}, & K_{13}, & -K_{11}, & -K_{12}, & K_{13} \\ & K_{22}, & K_{23}, & -K_{12}, & -K_{22}, & K_{23} \\ & & K_{33}, & -K_{13}, & -K_{23}, & K_{36} \\ & & & K_{11}, & K_{12}, & -K_{13} \\ & \mathrm{SYM.} & & & K_{22}, & -K_{23} \\ & & & & & K_{33} \end{bmatrix} \qquad (2)$$

と与えられる。ここに、式（2）の要素剛性行列K_{ij}は

$$\left.\begin{array}{lll} K_{11} = k_{11}\phi^2{}_c + k_{22}\phi^2{}_s\ , & K_{22} = k_{11}\phi^2{}_s + k_{22}\phi^2{}_c, & K_{33} = k_{33} \\ K_{12} = (k_{11} - k_{22})\ \phi_c\phi_s, & K_{23} = -k_{23}\phi_c & ,\ K_{36} = k_{36} \\ K_{13} = k_{23}\phi_s & ,\ \phi_s = \sin\phi & ,\ \phi_c = \cos\phi \end{array}\right\}$$



図－2　対称系ラーメン構造

$$k_{11} = \frac{EA}{L}\ ,\ k_{22} = \frac{12EI_{xx}}{L^3}\cdot\frac{\sin\alpha}{\alpha g}\ ,\ k_{33} = \frac{12EI_{xx}}{L}\cdot\frac{(\sin\alpha - \alpha\cos\alpha)}{\alpha^3 g}$$

$$k_{23} = \frac{12EI_{xx}}{L^2}\cdot\frac{(1-\cos\alpha)}{\alpha^2 g}\ ,\ k_{36} = \frac{12EI_{xx}}{L}\cdot\frac{(\alpha - \sin\alpha)}{\alpha^3 g}$$

$$g = 12\ \{2\ (1-\cos\alpha) - \alpha\sin\alpha\}\ /\ \alpha^4 \qquad ,\ \alpha^2 = PL^2/EI$$

を意味する。なお、ϕは全体座標系と部材のなす角度、ＥＩ、ＡおよびＬは各々部材の曲げ剛性、断面積、長さである。いま図－２のような、ラーメン構造で４節点に着目し、対称性を利用して次の変数変換を行う。

$$\delta_L = \bar{\delta} + \dot{\delta},\ \ R_L = \bar{R} + \dot{R}$$
$$\delta_R = \bar{\delta} - \dot{\delta},\ \ R_R = \bar{R} - \dot{R}$$

ここで（￣）は平均成分を表し、（˙）は偏差成分を表すものである。上式を用い、境界条件を考慮した構造全体系に関する釣り合い方程式は各々次式のように表すことができる。

$\mathbb{K}^s\boldsymbol{\delta}^s = \mathbb{R}^s$ ‥‥ $\mathbb{K}^s = \Sigma K,\ \boldsymbol{\delta}^s = \Sigma\delta^s,\ \mathbb{R}^s = \Sigma R^s$ ‥‥ 対称成分を用いた釣り合い方程式　（３）

$\mathbb{K}^a\boldsymbol{\delta}^a = \mathbb{R}^a$ ‥‥ $\mathbb{K}^a = \Sigma K,\ \boldsymbol{\delta}^a = \Sigma\delta^a,\ \mathbb{R}^a = \Sigma R^a$ ‥‥ 逆対称成分を用いた釣り合い方程式　（４）

$$\delta^s = (\bar{W}_i, \dot{V}_i, \dot{V}_i', \bar{W}_j, \dot{V}_j, \dot{V}_j')^T \qquad R^s = (\bar{P}_i, \dot{Q}_i, \dot{M}_i, \bar{P}_j, \dot{Q}_j, \dot{M}_j)^T$$
$$\delta^a = (\dot{W}_i, \bar{V}_i, \bar{V}_i', \dot{W}_j, \bar{V}_j, \bar{V}_j')^T \qquad R^a = (\dot{P}_i, \bar{Q}_i, \bar{M}_i, \dot{P}_j, \bar{Q}_j, \bar{M}_j)^T$$

剛性行列$\mathbb{K}^s$、$\mathbb{K}^a$はともに軸力$\alpha = PL^2/EI$　の影響を含む非線形式となる。いま、荷重が図－２のように総て対称なら逆対称成分を表す式の荷重項$\mathbb{R}^a$　は総て０になるから、その式は完全系の固有値を与える特性方程式とみなすことができ、いわゆる分岐座屈荷重を与える。対称変形成分を与える係数行列も荷重の増大とともに０になることがあり、当然これも対称座屈モードに対する限界荷重を与える。具体的な固有値解

法は、先ず荷重Pを与え式（3）を解きδ^{S}を求め、それによって各部材の軸力を算定する必要がある。得られた軸力を用いて式（3）の修正が成され、さらに精度の高いα値を求める。その結果を用いて式（4）の$\mathbb{K}^{a}$の行列式が算定できる。逆対称座屈の固有値はその行列式が0になる値として得られる。

3．多層ラーメンの座屈特性

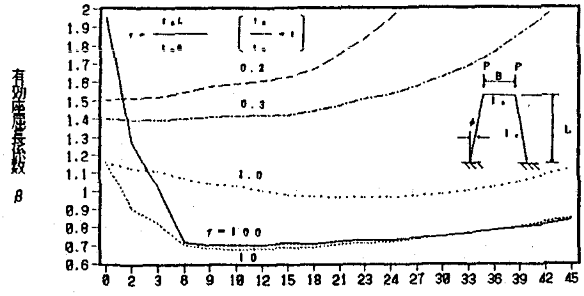
図－3は、1層ラーメン構造において剛性比パラメータ$\gamma = I_B L / I_C B$に対しI_B / I_Cを一定のまま主柱の傾斜角度ϕを変化させながら逆対称座屈特性について数値解析を行なった結果である。図より、$\gamma > 0.3$の有効座屈長係数βには極大値が存在する。そしてγが大きくなるにつれ座屈荷重を高める傾向になるがL／Bが極端に大きくなると逆に減少する。

図－4は、同一細長比L／r（$\gamma = 3$）に対し多層ラーメン構造の座屈特性についてまとめたものである。図よりラーメン構造物は層が増えるにつれ有効座屈長係数が低下するが、その傾向は次第に鈍化し、5層以上の有効座屈長係数にあまり変化は見られなくなる。従ってむやみに水平部材を増やしても著しい座屈荷重の増加は見込めず不経済である。多層になるにつれて傾斜させない方が座屈長係数を低下できる。

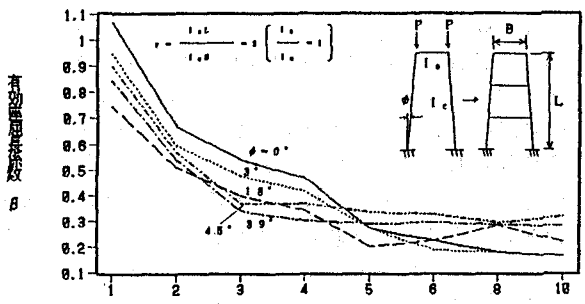
図－5は、図－4で用いた$\gamma = 3$の1層ラーメンを積み重ねた。つまりL／rを変化させた多層ラーメンについてまとめたものである。傾向は、ほぼ図－4と同様であり、層数が増えるにつれ有効座屈長係数が低下する。また全ての多層ラーメン領域に対して$\phi = 18°$の座屈長係数が最小値を表している。

図－3，4，5では、パラメータγのI_B / I_Cを一定の基で解析を行ったが、図－6ではL／Bを一定に傾斜角度に対してI_Bを変化させた。この図からγが大きくなるにつれ有効座屈長係数は低下し座屈荷重を高める事がわかる。この特性は、$\gamma = 2$程度以下で顕著に表れるがそれ以上では余り変化しない。

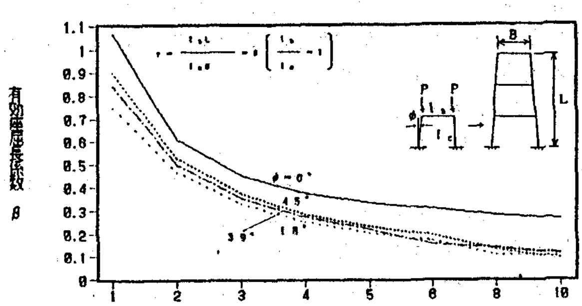
以上の結果から共通して言える事は、多層ラーメン構造物最大座屈荷重は主柱の傾斜角度をある程度傾けた方が有利であるという事である。



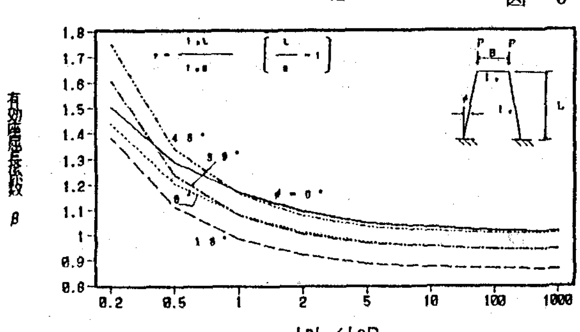
図－3



図－4



図－5



図－6

参考文献
1）野上 邦栄：鋼薄肉骨組構造物の座屈・耐荷力特性に関する研究　１９８９年３月
2）小林 岳彦・野上 邦栄・伊藤 文人：日本構造協会構造工学における数値解析法シンポジュウム論文集、平面ラーメン構造物の実用的耐荷力算出法について　１９８８年７月