

早稲田大学理工学部 ○学生員 横手 武聡
 早稲田大学理工学部 学生員 吉原 稔郎
 早稲田大学理工学部 正 員 平嶋 政治
 早稲田大学理工学部 正 員 末武 義崇

1. まえがき

近年、鋼構造物の薄肉化・長大化に伴い、薄板に対する弾塑性有限変位解析の必要性がますます高くなってきている。これに対し筆者らも、Hencky の全ひずみ理論を用い、Kármán-Marguerre の平板理論に修正を加えた薄板の弾塑性有限変位解析手法の考案を行ってきた^{1), 2)}。しかしながら、文献1), 2) では、塑性化の影響を評価するパラメーターの算定に際し、面内についてはひずみ硬化弾塑性体を、面外については完全弾塑性体をそれぞれ仮定しており、理論としての統一性に欠ける点に問題が残されている。そこで本報告では、材料をひずみ硬化弾塑性体、あるいは、完全弾塑性体に統一した場合の塑性化影響係数について考察し、合わせて、考案した算定方法を用いて数値計算を実施し、材料の相違による薄板の弾塑性有限変位挙動の差異について調べた。

2. 平板の弾塑性有限変位理論

1) 幾何学的非線形性については、Kármán-Marguerre の平板理論を用いて考慮する。

2) 材料非線形性については、以下の仮定に基づいて考慮する。

- 1) 構成則は、Hencky の全ひずみ理論に従う。
- 2) 降伏条件は、von Mises の降伏条件を用いて行う。
- 3) 材料は、直線硬化を仮定したひずみ硬化弾塑性体、または、完全弾塑性体とする。(図1)

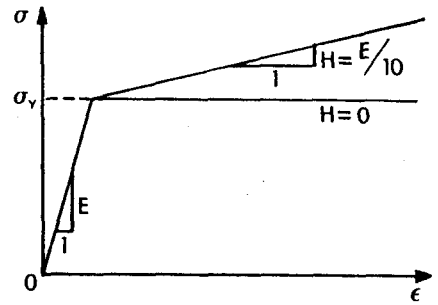


図1 σ-ε線図

以上の仮定をもとに定式化を行い、次の基礎方程式を導いた²⁾。

$$\nabla^4 F = -\frac{3Et}{3+2\alpha_n E} \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right\}. \quad (1)$$

$$\nabla^4 w = \left\{ \frac{1}{D} + \frac{4\alpha_n}{t^3} \cdot \frac{6(1-\nu+\nu^2)+3E\alpha_n}{3+2E\alpha_n} \right\} \left\{ \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) - 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \right\}. \quad (2)$$

ここに、F: Airy の応力関数、 w_0 : 初期たわみ、 w : たわみ、 t : 板厚、 E : ヤング率、 N_0 : 初期降伏時における相当膜力、 M_0 : 初期降伏時における相当曲げモーメント、 N : 相当膜力、 M : 相当曲げモーメント、 H : ひずみ硬化率、 κ : 相当曲率、 ν : ポアソン比 である。また、 α_n 、 α_b は物体の塑性化に伴って生ずるパラメーターであり、ここでは Hencky の係数と呼ぶ。なお、膜効果と曲げ効果との連成は考慮せず、 α_n 、 α_b はそれぞれ膜力のみあるいは曲げモーメントのみの応力状態を想定して誘導するものとした。以下にこれらの係数の算定式を示す。

a) ひずみ硬化弾塑性体の場合

$$\alpha_n = \frac{3(E-H)(1-\frac{N_0}{N})}{2EH} + \frac{(1-2\nu)}{2E}$$

b) 完全弾塑性体の場合

$$\alpha_n = \frac{N(1+\nu)}{EN_0} - \frac{3}{2E} \frac{1}{1-\frac{N}{N_0}}$$

(3)

(4)

$$\alpha_b = \frac{t^3 \kappa}{4M_0 \cdot \frac{(E-H)}{E} \{ 3 - 4 \left(\frac{6M_0}{Et^3 \kappa} \right) \} + \frac{2Ht^3 \kappa}{3}} + \frac{1+\nu}{E}$$

$$\alpha_b = \frac{t^3 \kappa}{4M_0 \{ 3 - 4 \left(\frac{6M_0}{Et^3 \kappa} \right)^2 \}} - \frac{1+\nu}{E}$$

降伏条件については次式を用いる。

$$\left| \frac{N}{N_Y} \right| + \left| \frac{M}{M_Y} \right| \geq 1 \quad \begin{array}{l} N_Y: \text{降伏膜力} \\ M_Y: \text{降伏曲げモーメント} \end{array}$$

3. 解析モデル及び数値解析法

解析モデルは、一方向一様圧縮を受ける4辺単純支持正方形平板とする。初期たわみは次式で与える。

$$w_0 = w_{0\max} \cdot \sin(\pi x/a) \cdot \sin(\pi y/a)$$

式(1)・(2)は非線形連立偏微分方程式であるため、単純な境界条件の場合でも厳密解を求めることは困難である。そこで、本報告ではこれらを差分化し、非線形多元連立代数方程式に帰着して繰り返し計算によって近似解を得ることとする。図2に実際の数値計算の流れを図示する。図から明らかなように、N段階で得られた解を、N+1段階におけるたわみの第一近似解としている。

4. 解析結果

本報告では、正方形をx, y方向にそれぞれ6分割し、辺上を含まない平板上の格子点25個について式(1)・(2)を差分化し、それぞれのたわみを計算した。数値計算に関しては、ヤング率 $E = 2.1 \times 10^6 \text{ (kg/cm}^2\text{)}$ 、降伏応力 $\sigma_Y = 3600 \text{ (kg/cm}^2\text{)}$ 、一辺の長さ $a = 120 \text{ (cm)}$ 、中央点の初期たわみ $w_{0\max} = 0.5 \text{ (cm)}$ とした。

また、板厚 t については、 $t = 1, 2, 8, 10 \text{ cm}$ と変化させて解析を行った。 $t = 2 \text{ cm}$ と 10 cm の解析結果をそれぞれ図3, 図4に示す。図は、縦軸に載荷辺に作用させた応力、横軸に中央点のたわみを板厚で割って得られる無次元化たわみをそれぞれとって示したものである。

5. まとめ

文献1)、2)において曖昧にされていた材料の仮定に関し、ひずみ硬化弾塑性体あるいは完全弾塑性体に統一した解析理論の構築を試みた。その結果、塑性化影響係数の算定式として式(3)・(4)を誘導した。

実際の数値計算を通じ、板厚の比較的大きな板に材料の相違の影響が大きく現れることが明らかになった。

参 考 文 献

- 1) 対馬・平嶋・依田・末武：初期たわみを有する圧縮平板の弾塑性たわみ問題の簡易解析法、土木学会第14回関東支部技術研究発表会講演概要集、pp. 4～5。
- 2) 守田・平嶋・依田・末武：面内組合せ荷重を受ける四辺単純支持平板の相関強度について、土木学会第44回年次学術講演会講演概要集、第1部、pp. 82～83。

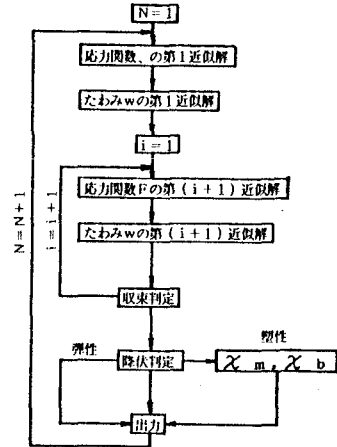


図2 フローチャート

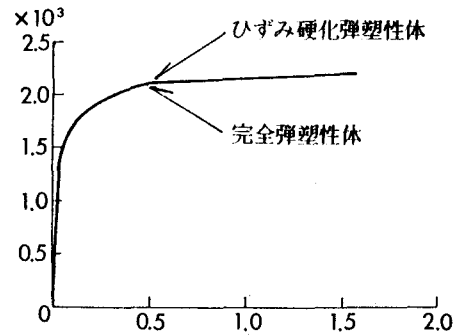


図3 中央点の変位挙動 (t=2cm)

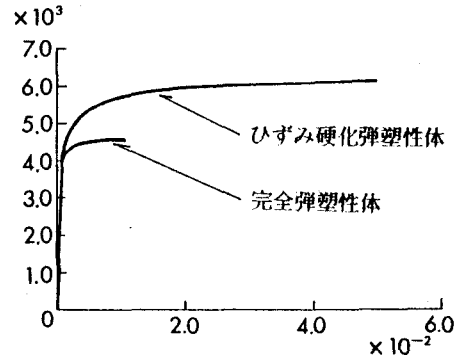


図4 中央点の変位挙動 (t=10cm)