

早稲田大学理工学部 学生員 ○坪田浩昭  
早稲田大学大学院 学生員 酒井理哉  
早稲田大学理工学部 正員 依田照彦

## 1. はじめに

近年、耐震構造の1つとして免震構造が建築分野を中心として徐々に実用化されつつある。免震構造は、免震支承の変形が卓越する1次モードの振動周期を伸長させ、構造物に作用する地震時慣性力を低減させることに注目した構造であり、エネルギー吸収能力のある鉛プラグ入り積層ゴム支承や、粘性ダンパーや弾塑性鋼棒ダンパーを用いた積層ゴム支承を利用するのが一般的である。これらの積層ゴム支承やエネルギー吸収装置は、構造がきわめて単純であり、比較的低コストであること、そして、ほとんどメンテナンスフリーであることなどの特徴をもっている。免震構造を橋梁に適用した事例は、ニュージーランドや米国等で見られるが、我が国においてもこれらの装置を橋梁等に適用しようという気運があり、数々の報告が発表されている<sup>1)</sup>。本論文では、非線形バネのうち、復元力が近似的に変位の3次式で与えられる飛移りバネ<sup>2)</sup>を免震装置と併用し、振動制御を行ったときの動的応答をシミュレートして、飛移りバネを用いることの有効性及び問題点を考察する。

## 2. シミュレーション解析の概要

### 2.1 免震トラス橋および飛移りバネ

図1及び表1に示す平面免震トラスの有限要素モデルを作成し、シミュレーション解析を行う。部材②-③及び⑦-⑧が免震装置の部分であり、1次モード振動周期:  $T$ をもとめると  $T = 2.5117 \text{ sec}$ であった。免震装置としては等価固有周期:  $T_{eq}$ に対して  $1.7 \text{ sec} < T_{eq} < 2.5 \text{ sec}$ とするのが一般的であるが<sup>3)</sup>、ここでは大きめの値を採用することにより飛移りバネの特徴を顕著に出させた。

次に飛移りバネのモデルを図2に示す。1,  $k$ ,  $\theta$ は飛移りバネの特性値であり、可変である。実線で示された位置を、変位:  $x = 0$ のときとすれば、破線で示される位置で荷重  $P$ によって  $x$ だけ変位したときの復元力は、 $P$ との釣り合い条件より

$$P = -2k \{ 1 - \sqrt{(l \cos \theta)^2 + (l \sin \theta - x)^2} \} \sin \gamma \quad (1)$$

$$\sin \gamma = \frac{l \sin \theta - x}{\sqrt{(l \cos \theta)^2 + (l \sin \theta - x)^2}} \quad (2)$$

(2)式を(1)式へ代入し、 $a = l \cos \theta$ ,  $b = l \sin \theta$ ,  $X = l \sin \theta - x = b - x$ を用いると、

$$P = -2kl \left( -\frac{X}{l} + \frac{X}{\sqrt{a^2 + X^2}} \right) \quad (3)$$

$X/l$ を微小量として  $\sqrt{a^2 + X^2}$ を展開し、 $x$ で表すと次式を得る。

$$P = -2k \left\{ -\frac{1}{2a^3} (b-x)^3 + \frac{1-a}{a} (b-x) \right\} \quad (4)$$

(4)式から飛移りバネの復元力は近似的に変位の3次式で与えられ、極大・極小値をもち、 $x = b$ に関して対称であることがわかる。ただし(4)式では、 $x = 0$ に於いて  $P = 0$ となっていない。

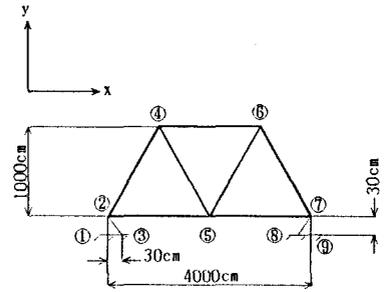


図1 平面免震トラス

表1 モデルの諸元

部材	断面積 $\text{cm}^2$	剛性 $\text{kgf/cm}^2$	密度 $\text{kg/cm}^3$
①-②, ⑦-⑧	100	$2.1 \times 10^4$	$8.01 \times 10^{-6}$
②-③, ④-⑤	100	$2.1 \times 10^4$	$8.01 \times 10^{-6}$
上記以外	100	$2.1 \times 10^4$	$8.01 \times 10^{-6}$

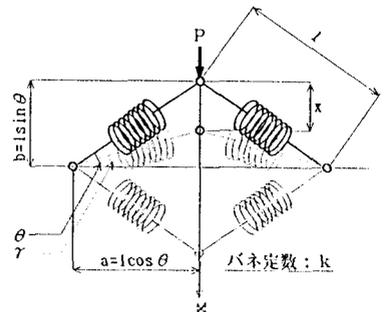


図2 飛移りバネ

## 2. 2 シミュレーションの方法

平面トラスの運動方程式は次式のようにかける。ただし、**M**：質量行列、**C**：減衰行列、**K**：剛性行列、**f**：外力ベクトル、**R**：制御力ベクトル、**x**：変位ベクトルである。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{f} + \mathbf{R} \quad (5)$$

外力ベクトル（入力地震波）として、EL CENTRO(NS)1940 を用い、さらに共振・発散状況を調べるため、周期を0.005 sec間隔で変化させて、振幅3.0 cmの正弦波（最大値がEL CENTRO波の最大値と同程度）をトラスのx方向へ入力した。制御力ベクトルは、(4)式を参考とし、Pがx=bに関して対称であるとしたときに、(b：変曲点)

$$\frac{d^2P}{dx^2} = k(x-b) \quad \text{より} \quad P = k \left( \frac{x^3}{6} - \frac{bx^2}{2} + c_1x + c_2 \right) \quad (6)$$

$$x = 0 \text{ で } P = 0 \text{ より } c_2 = 0$$

$$x = b \text{ で } P = 0 \text{ より } c_1 = b^2/3$$

で表される復元力Pを、節点②及び節点⑦のx方向へ作用させた。それぞれの節点への復元力のゲインk、対称点b（ともに式(6)参照）は、トラスがx=0で静止するように表2のように決めた。なお、減衰行列は**C**=**0**とし、振動解析にはニューマークのβ法(β=1/4)を用いた直接時間積分法を用いている。

### 3. 解析結果と考察

表2のように特性値を変化させると、case 2の場合、地震波及び正弦波に対して図3のように良好な制御結果を示した。ゲインを上げたcase 1(図4)、変曲点を移動したcase 3(図5)と比べても、明らかに振動が制御されていることがわかる。また、非線形バネを用いたためcase 1～case 4のいずれの場合も飛移りバネの両振りモード振動に於ける発散は認められなかった。図6に、case 2の場合の最大振幅時の状況を示す。いずれの場合も入力正弦波の周期を上げていくとうなり(beat)ing)的現象を経過して図6のような状態に至り、再びうなりの現象を示した。

以上のように、免震装置と飛移りバネを併用するとある程度有効な制震効果が認められた。特に、飛移りバネそのものの振動に発散が認められなかった点は注目に値する。飛移りバネ系の振動方程式はDuffing方程式に似ているが厳密解は求められておらず、周期の振幅依存性や、高調波成分の解明が進めば、より有効に諸特性値を決定することが可能であると思われる。免震装置を使用する場合は落橋防止、ロッキング振動・3次元ねじれ振動の防止といった問題が挙げられるが、これらの点については、今回は触れていない。

#### <参考文献>

- 1) 伊東・内藤・村山：土木学会43回年講I-530，川島・長谷川他：土木学会44回年講I-484 など。
- 2) 松田：機論31-2222,C.210，田村・松田：機論53-486,C.261。
- 3) 伊関・川島・小坂：土木学会43回年講I-528。

表2 kおよびbの設定

case	1		2		3		4	
節点	②	⑦	②	⑦	②	⑦	②	⑦
k	20.0	10.0	10.0	5.0	10.0	5.0	5.0	2.5
b	10.0	-10.0	10.0	-10.0	20.0	-20.0	20.0	-20.0

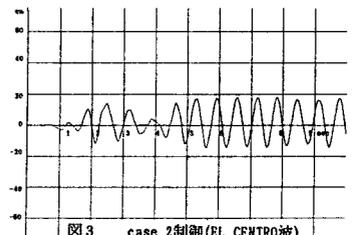


図3 case 2制御(EL CENTRO波)

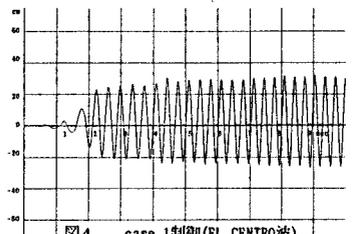


図4 case 1制御(EL CENTRO波)

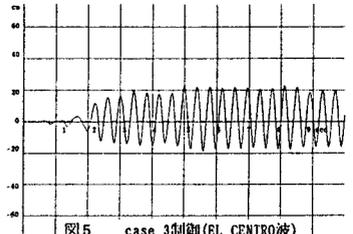


図5 case 3制御(EL CENTRO波)

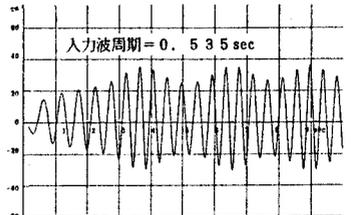


図6 case 2制御(正弦波)