(I －13)　　構造物に作用する動的外力の同定に関する基礎的研究

東京電機大学　理工学部　正　員○松井邦人
東京電機大学　大 学 院　学生員　栗田哲史
東京電機大学　理工学部　学生員　山田善之

1　はじめに

構造物の応答から、その特性を推定することは、構造工学の重要な問題の１つと考えられている。一方逆に構造応答から、入力を推定することも同様に重要な問題である。構造特性推定に関する研究に比べ、入力推定に関する研究は、比較的少ない。本研究は、構造物の加速度応答、速度応答、あるいは変位応答から入力を推定する方法について検討する。

2　入力の同定手法

運動方程式は、一般に

$$\mathbb{M}\ddot{z}+\mathbb{C}\dot{z}+\mathbb{K}z=\mathbb{Q}(t) \qquad (1)$$

と書くことができる。但し、$\mathbb{M}$, $\mathbb{C}$, $\mathbb{K}$はそれぞれ質量,減衰,剛性マトリックスである。また、$\ddot{z}$, $\dot{z}$, zは応答加速度,速度,変位ベクトル、$\mathbb{Q}(t)$は入力ベクトルである。式(1)の解析としてここではニューマークβ法を用いると

$$\dot{z}(k+1)=\dot{z}(k)+\frac{\Delta t}{2}\left(\ddot{z}(k)+\ddot{z}(k+1)\right) \qquad (2)$$

$$z(k+1)=z(k)+\Delta t\,\dot{z}(k)+\frac{(\Delta t)^2}{3}\ddot{z}(k)+\frac{(\Delta t)^2}{6}\ddot{z}(k+1) \qquad (3)$$

$$\mathbb{M}\ddot{z}(k+1)+\mathbb{C}\dot{z}(k+1)+\mathbb{K}z(k+1)=\mathbb{Q}(k+1) \qquad (4)$$

今、加速度を測定する場合、入力を推定する評価関数として考えられる一番簡単なものは

$$J(k+1)=\frac{1}{2}\{\ddot{u}(k+1)-\ddot{z}(k+1)\}^T \mathbf{W}\{\ddot{u}(k+1)-\ddot{z}(k+1)\}+\frac{1}{2}\mathbb{Q}(k+1)^T\mathbb{R}\,\mathbb{Q}(k+1) \qquad (5)$$

但し$\ddot{u}(k+1)$はt_{k+1}における測定加速度である。また$\mathbf{W}$, $\mathbb{R}$はそれぞれ重み行列である。式(5)が最小となるように入力$\mathbb{Q}(k+1)$を決定すれば良い。即ち

$$\{\mathbb{A}_1^{-1}\mathbf{W}\mathbb{A}_1^{-1}+\mathbb{R}\}\mathbb{Q}(k+1)=\mathbb{A}_1^{-1}\mathbf{W}\{\ddot{u}(k+1)+\mathbb{A}_1^{-1}\mathbb{A}_2\ddot{z}(k)+\mathbb{A}_1^{-1}\mathbb{A}_3\dot{z}(k)+\mathbb{A}_1^{-1}\mathbb{K}z(k)\} \qquad (6)$$

但し

$$\mathbb{A}_1=\mathbb{M}+\frac{\Delta t}{2}\mathbb{C}+\frac{(\Delta t)^2}{6}\mathbb{K} \qquad (7)$$

$$\mathbb{A}_2=\frac{\Delta t}{2}\mathbb{C}+\frac{(\Delta t)^2}{3}\mathbb{K} \qquad (8)$$

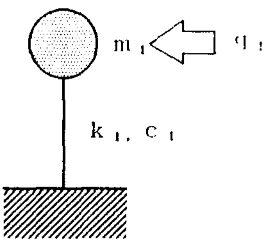
$$\mathbb{A}_3=\mathbb{C}+\Delta t\,\mathbb{K} \qquad (9)$$

更に$\mathbb{R}=[0]$の時は、簡単になり式(10)になる。

$$\mathbb{Q}(k+1)=\mathbb{A}_1\ddot{u}(k+1)+\mathbb{A}_2\ddot{z}(k)+\mathbb{A}_3\dot{z}(k)+\mathbb{K}z(k) \qquad (10)$$

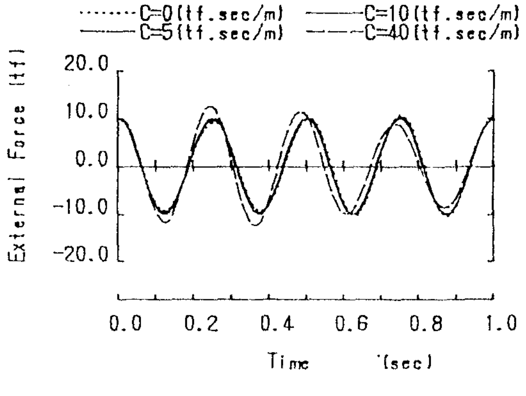
3　計算例

(1) 1自由度モデル



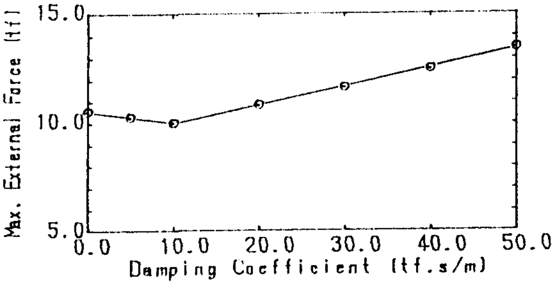
図－1　1自由度モデル

図－1のような1自由度系を例題として用いる。構造諸元は、$m_1=100/9.8$ tf·sec²/m, $c_1=10$ tf·sec/m, $k_1=10000$ tf/m, 外力を、$q_1=10\cos 8\pi t$ tfとする。また、ニューマークβ法の時間刻みを$\Delta t=0.01$ secとする。あらかじめ数値解析して得られた加速度応答を測定データとして用い、入力$q_1(t)$は、未知と考え、式(10)を用いて求めることとする。この時モデルの減衰は不確かであるとし、$c_1=0, 5, 10, 40$と変え逆解析した結果を図－2に示す。真値の入力は、振幅一定のcosine関数であるが同定結果より得られる入力



図－2　同定結果

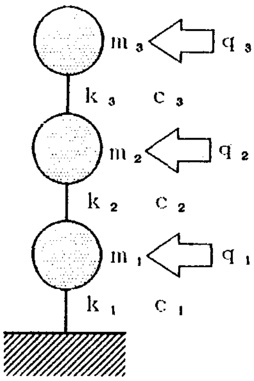
推定は、減衰係数が正しいときのみ真の入力と一致するが減衰係数が正しくない場合、振幅は一定でない。また、図－3に入力推定値の最大値と同定に用いた減衰係数の関係を示す。減衰係数が正しい時、推定入力の最大値が小さくなる。



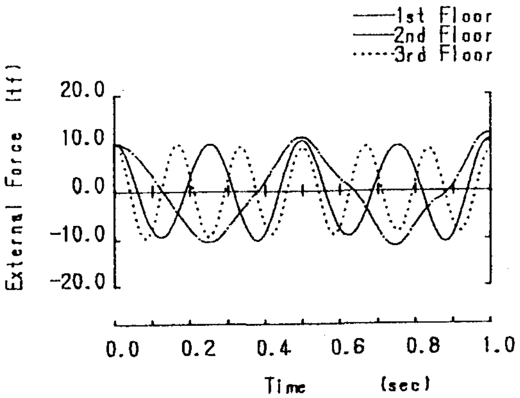
図－3　入力推定値の最大値と減衰係数の関係

（2）3自由度モデル

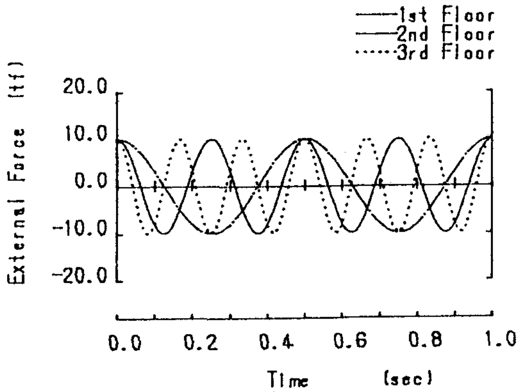
図－4のような3自由度系を例題として考える。その構造諸元は、$m_i=100/9.8$ tf·sec²/m, $c_i=10$ tf·sec/m, $k_i=10000$ tf/m(i=1,2,3)である。また、外力は各質点に作用するものとし、それぞれ $q_1=10\cos4\pi t$ tf, $q_2=10\cos8\pi t$ tf, $q_3=10\cos12\pi t$ tfとする。動的解析して得られた結果を測定データとして逆解析を行った。しかし逆解析を行うにあたり、減衰係数は各層とも同じとするが、$c_i=0,10,40$ tf·sec/mの3ケースのモデルを用い、誤った減衰係数が推定入力に及ぼす影響を調べた。この結果は、図－5に示す。正しい減衰係数を用いると入力の推定結果も正しい（図－5 (b)）。しかし誤った c_i を用いた場合、入力の推定値も誤ったものとなる（図－5 (a), (c)）。以上応答加速度を測定値として逆解析を行った。同様に応答速度、応答変位を測定値として逆解析の定式化を行うことができる。応答速度を測定値として用いるとき、加速度の場合と同様に入力を推定することができる。しかし応答変位を測定値とした場合は入力は推定可能であるが、3質点系では本アルゴリズムを用いると発散する傾向がある。



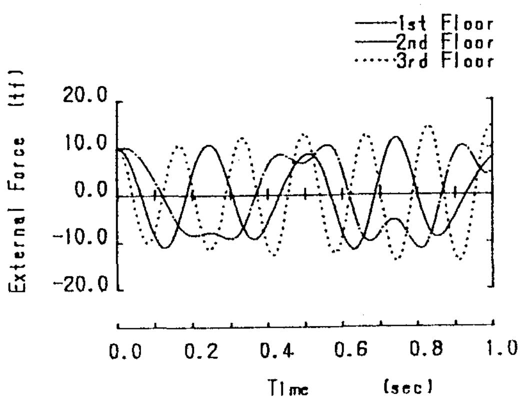
図－4　3自由度モデル



図－5 (a)　同定結果（$c_i=0$ tf·sec/m）



図－5 (b)　同定結果（$c_i=10$ tf·sec/m）



図－5 (c)　同定結果（$c_i=40$ tf·sec/m）

4　あとがき

構造の応答加速度を測定し、その結果から逆に入力を推定する簡便な方法を誘導し、例題を用いてその有効性を調べた。その結果、実構造と解析モデルが異なると推定入力にかなり影響する可能性があることがわかった。その他、測定ノイズの影響も重要であると考えられる。