

東京電機大学 学生員○小坂 郁      東京電機大学 正 員 佐々木 利視  
東京電機大学 正 員 井浦 雅司      東京電機大学 正 員 松井 邦人

### 1. はじめに

杭支持された剛なフーチング（剛体①）と、その上に設置された剛体（剛体②）からなる構造系の動的挙動について解明する。剛体②は剛体①に重力の作用のみで接触している。この系の基盤に調和外力が作用するものとする。この時、系の定常振動において次の3種類の振動モードが考えられる。i) 剛体①と②が一体化して振動する（stick-stickモード）、ii) 剛体①と②の間で部分的に滑動が起こる（slip-stickモード）、iii) 剛体①と②の間で常に滑動が起こるとき（slip-slipモード）。本研究では特に定常振動の中で、slip-slipモードで起こる滑動量に着目し、入力の大さき、円振動数と系の特性との間の関係を明らかにすることを目的としている。

### 2. 構造系のモデル

本研究で用いた構造系のモデルは、図-1に示す通りである。数学モデルで置き換えると次のようになる。

非滑動時

$$\ddot{u} + 2h_0 \omega_0 \dot{u} + \omega_0^2 u = -a_0 \sin \omega t$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m_0}}, \quad h_0 = \frac{c}{2\sqrt{k m_0}}, \quad \gamma^2 = \frac{m_1}{m_0}$$

$$m_0 = m_1 + m_2$$

$$\text{非滑動条件: } |\ddot{u} + a_0 \sin \omega t| \leq \mu g$$

滑動時

$$\text{剛体①: } \ddot{u} + 2h_1 \omega_1 \dot{u} + \omega_1^2 u = -a_0 \sin \omega t$$

$$- \mu g \frac{1-\gamma^2}{\gamma^2} \operatorname{sgn}(\dot{y} - \dot{x}) \quad (3)$$

$$\text{剛体②: } \ddot{x} - \mu g \operatorname{sgn}(\dot{y} - \dot{x}) = 0 \quad (4)$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m_1}} = \frac{\omega_0}{\gamma}, \quad h_1 = \frac{c}{2\sqrt{k m_1}} = \frac{h_0}{\gamma}$$

$$\text{滑動条件: } |\ddot{x}(t)| = |\ddot{u} + a_0 \sin \omega t| \geq \mu g \quad (5)$$

$$\text{滑動停止条件: } \dot{x} = \dot{y} \quad (6)$$

ただし、 $\mu$ はクーロン摩擦係数であり、静止的摩擦係数と動的摩擦係数は等しいと仮定した。

### 3. 解析結果

ここでは定常振動を考えているゆえ、 $u(t_0) = -u(t_0 + \pi/\omega)$ ,  $\dot{u}(t_0) = -\dot{u}(t_0 + \pi/\omega)$  でなければならない。滑動が発生する条件は $|\ddot{x}(t)| \geq \mu g$ であり、整理すると

$$\frac{a_0}{\mu g} \geq \sqrt{\frac{\{1 - \gamma^2 (\frac{\omega}{\omega_0})^2\}^2 + (2h_0 \frac{\omega}{\omega_0})^2}{1 + (2h_1 \frac{\omega}{\omega_0})^2}} \quad (7)$$

またslip-slipモードが起こる条件は、式(6)の滑動停止条件を満足する瞬間に $|\ddot{x}(t)| \geq \mu g$ でなければならない。この条件は

$$\frac{a_0}{\mu g} \geq \sqrt{\frac{\{1 - \gamma^2 (\frac{\omega}{\omega_0})^2\}^2 + (2h_0 \frac{\omega}{\omega_0})^2}{1 + (2h_1 \frac{\omega}{\omega_0})^2}} \{c_0^2 + \frac{1}{\gamma^2} (f - c_1)^2\} \quad (8)$$

ただし、 $(f - c_1)^2 = \max \{ (1 - c_1)^2, (-1 - c_1)^2 \}$

$$c_1 = \frac{-h_0 \sin \psi - \sqrt{\gamma^2 - h_0^2} \sinh \phi}{\cosh \phi + \cos \psi} \frac{1 - \gamma^2}{\sqrt{\gamma^2 - h_0^2}} \operatorname{sgn}(\dot{y} - \dot{x}) \quad (9)$$

$$c_2 = \frac{1}{2} \operatorname{sgn}(\dot{y} - \dot{x}) \left( \pi + \sqrt{\gamma^2 - h_0^2} \frac{\omega}{\omega_0} \frac{2 \sin \psi}{\cosh \phi + \cos \psi} \right) \quad (10)$$

$$\phi = \left( \frac{\pi h_0}{\gamma^2} \right) / \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right) \quad (11) \quad , \quad \psi = \left( \frac{\pi \sqrt{\gamma^2 - h_0^2}}{\gamma^2} \right) / \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right) \quad (12)$$

この時、剛体①と②の相対滑動量は

$$u_R = \frac{1}{4} \operatorname{sgn}(\dot{y} - \dot{x}) \mu g \left( \frac{\pi}{\omega} \right)^2 - \frac{\pi a_0}{2 \omega^2} \cos \omega t_0 - \frac{a_0}{\omega^2} \sin \omega t_0 + \frac{\pi}{2 \omega} \dot{u}(t_0) + u(t_0) \quad (13)$$

式(13)は $u(t_0)$ 、 $\dot{u}(t_0)$ を含んでいるが、これらの解を用いると、縦軸を $\omega^2 u_R / a_0$ 、横軸を $\omega / \omega_0$ とする加速度応答倍率の形で整理できる。図-2は $\gamma^2 = 0.9$ 、 $a_0 / \mu g = 5.0$ 、 $h_0 = 0.05, 0.1, 0.2, 0.3$ の結果を示している。対象とする振動問題は非線形となるが、線形の場合と同様に、 $h_0$ が大きくなると減少する。図-3は、 $h_0 = 0.1$ 、 $a_0 / \mu g = 10.0$ 、 $\gamma^2 = 0.3, 0.5, 0.9$ とした結果を示している。 $\gamma^2$ が小さくなると共振点の $\omega / \omega_0$ は大きくなる。また $\gamma^2$ が大きくなると $\omega^2 u_R / a_0$ は増加する。図-4は $\gamma^2 = 0.9$ 、 $h_0 = 0.1$ 、 $a_0 / \mu g = 2.0, 4.0, 6.0, 8.0$ の結果である。 $a_0 / \mu g = 2.0$ のとき $\omega / \omega_0$ が小さい領域で $\omega^2 u_R / a_0$ に若干の差は見られるものの、 $a_0 / \mu g$ の値のいかんに関わらず、加速度応答倍率はあまり変化しない。

#### 4. おわりに

本振動問題は、非線形で複雑現象ではあるが、slip-slipモードのとき線形振動問題と同様に、加速度応答倍率の形式で整理ができる事が分かった。

#### 5. 謝辞

本研究は、東京電機大学総合研究所から補助を受け行った。また本文作成にあたり、種々の協力をしてくれた東京電機大学建設工学科卒研究生、小川友行君と本井宏宣君に深く感謝致します。

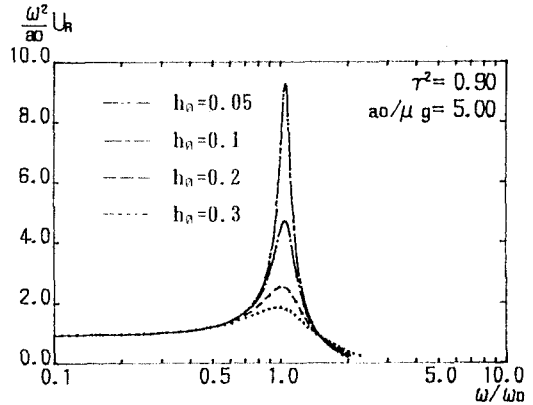


図-2 加速度応答倍率に及ぼす $h_0$ の影響

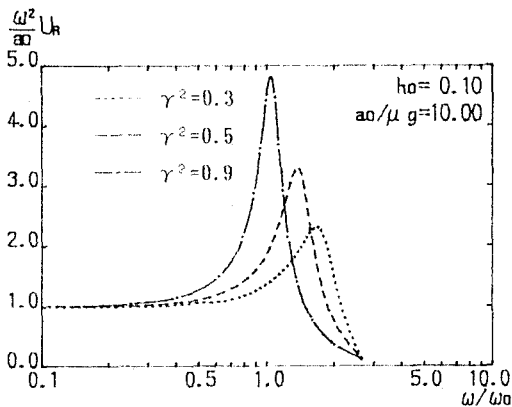


図-3 加速度応答倍率に及ぼす $\gamma^2$ の影響

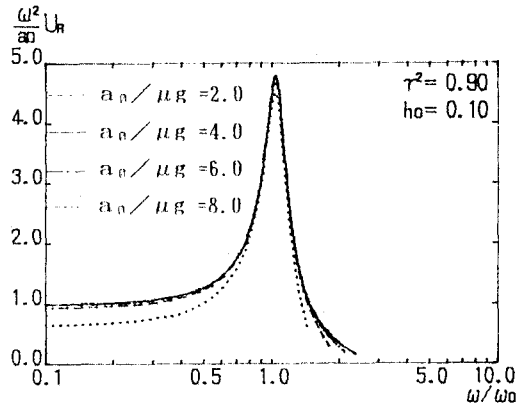


図-4 加速度応答倍率に及ぼす $a_0 / \mu g$ の影響