（Ⅱ－33）　水深の変化を考慮した２次元渦点法

宇都宮大学工学部　学生員　○柏木　和文
宇都宮大学工学部　正　員　　池田　裕一
宇都宮大学工学部　正　員　　須賀　堯三

１．はじめに

２次元流れの非定常な挙動を調べる際に、渦点法は、そのアルゴリズムの簡便さや物理的イメージの容易さから考えて、非常に有効な手段である。一方、河川の流れは、その幅に比べて水深が極めて浅く、３次元的流況よりも、平面的（２次元的）な情報が重要となる場合が多く、そこでの非定常な流れの挙動を渦点法を用いて検討する試みもなされている。[1] ところが、河川の流れは実際には２次元ではなく、しかも底面の影響が非常に強いもので単純に２次元流れとして渦点法を適用するには問題が多い。

そこで本報告では、２次元渦点法に底面の影響を効率よく組み込むその手始めとして、水深の変化を取り入れた渦点法を定式化し、その計算例を示すものである。

２．計算方法（複素ポテンシャルの定義）

以下の計算では水深hが時間的に変化しないものとする。（式①）座標系は、図１のようにとる。

連続の式をｚに関して、ｚ＝０（水面）からｚ＝ｈ（底面）まで積分すれば、式②のようになる。同様に非回転条件式を、式③のように定める。（$\bar{u}$，$\bar{v}$は深さ平均された速度）

ここで、式②より流れ関数Ψを式④のように導入すると、式③よりΨはラプラス方程式を満たす。さらに、Ψ＝const.は流れ場（$\bar{u}$，$\bar{v}$）の流線を示すことも確かめられる。同様にして、流れポテンシャルΦも考えることができる。

そこで、複素速度ポテンシャルWを式⑤のように定義すれば、複素共役速度が式⑥のように表わされる。次に、２次元と同様に渦点の複素速度ポテンシャル式⑦を考える。ここで、強さKは一定でz_0は渦の中心位置である。Kの物理的意味は式⑧を用いて水深方向に平均された循環Γに結びつけることができる。（h_0はｚ＝z_0における水深）

さらに式⑦，⑧より、水深一定の場合に比べて水深の浅い所では深い所より速い誘起速度を生じさせることがわかる。

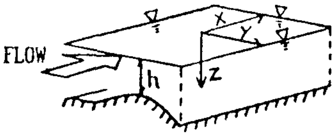


図１　座標系

$$h \equiv h(x,y),\ \frac{\partial h}{\partial t}=0 \quad \cdots ①$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\bar{u}h)+\frac{\partial}{\partial y}(\bar{v}h)=0 \quad \cdots ②$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\bar{v}h)-\frac{\partial}{\partial y}(\bar{u}h)=0 \quad \cdots ③$$

$$\bar{u}=\frac{1}{h}\frac{\partial \psi}{\partial y},\quad \bar{v}=\frac{-1}{h}\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad \cdots ④$$

$$W(z)=\phi+i\psi \quad (z=x+iy) \quad \cdots ⑤$$

$$\frac{dW}{dz}=h(\bar{u}-i\bar{v}) \quad \cdots ⑥$$

$$W=-iK\ln(z-z_0) \quad \cdots ⑦$$

$$\Gamma h_0=\oint \vec{\bar{u}}\cdot h\cdot d\vec{l}=2\pi K \quad \cdots ⑧$$

３．計算例

今回の計算に用いた水深の形状（断面図）を図２に示す。

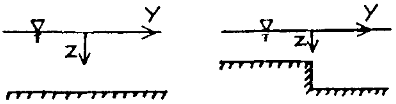
３－１　計算例－１

静止流体中に向きと強さが共に等しい渦点を２つ配置すると、２次元の場合は、両者の中点の周りで厳密に円運動を行う。（図３ａ）

一方、水深が変化する場合は、これとは異なりｘ方向にその重心を移動させながらずれが生じてくるのがわかる。（図３ｂ）

３－２　計算例－２

ここでは、流速の異なる２つの平行流の境界面に生ずる渦の形成過程を考える。図４ａ，ｂは、その境界面に同じ循環をもつ渦点を



例(a)水深一定　　例(b)水深変化あり

図２　断面図

同じ数与えて、2つの平行流の平均速度で移動する座標系から、その時間変化を見たものである。流れ方向の境界条件は周期的に設定し、また初期条件としては、渦点の位置を1波長分の正弦曲線に沿うように与えた。また図4b中の点線は、その交点が渦点群の重心を与えるものである。

図4bを見ると、図4aとは異なり、渦点群の重心が流れ方向（x方向）に大きく移動していくのがわかる。また水深が一定の場合のように、境界面において対称形とはならず、水深の浅い領域に大きく入り込んでいく流れが生じている。

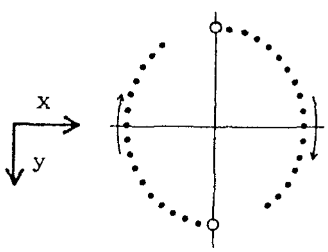


図3a　計算例－1（水深一定）

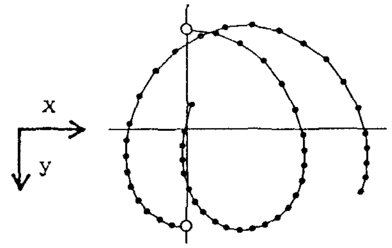


図3b　計算例－1（水深に変化あり）

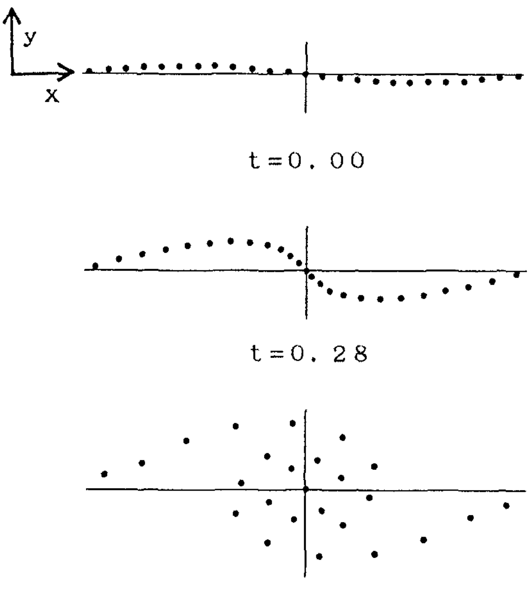


図4a　計算例－2（水深一定）

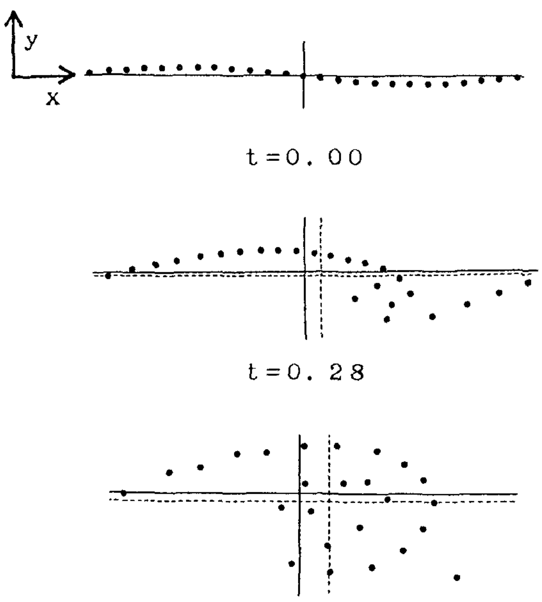


図4b　計算例－2（水深に変化あり）

参考文献

1）神田・古川(1982)、第26回水理講演会論文集、pp659-pp666

2）巽　友正(1982),「流体力学」、新物理学シリーズ21，培風館、pp184-pp204

3）石川・鈴木・田中(1986)、土木学会論文集、第375号/II-6、pp181-pp189