

武藏工業大学大学院 ○ 学生員 相沢 文也
武藏工業大学工学部 正員 細 日出教

1. はじめに

沈殿池における渦度密度流は、流入水と池内水の密度差及び懸濁物質の沈降に伴う密度低下に起因する。池内底部に発達した密度流は、死水域を発生し、粒子の沈降の障害さらに沈殿物の再浮上を引き起こし、滞留時間の減少を促す。

定常流としての渦度密度流に関する解析は、幾つか報告されている。しかし沈殿池内の流れは、懸濁粒子の沈殿を伴うため、時間に依存する不定流として解析することが必要であると考える。

本論文では、沈殿池内の渦度密度流を二次元非定常粘性流れとしてモデル化し、有限要素法 (Finite-Element-Method) を用いることにより、渦度密度流の流状を再検証し、さらに時間的な流状変化を解明することを目的とした。

2. 基礎方程式

基礎方程式は、(1)～(7)式に示す通りである。(1)式は、連続の式、(2)式は、連続の式と渦度 ω の関係式より導いたボアソン方程式であり、(3)式は、 x 方向運動方程式、(4)式は、 y 軸方向方程式に浮力の項 F を加えたものである。(5)式は、(3)、(4)式から圧力項を消去した運動方程式である。拡散方程式は、沈降速度 w_d を導入した(6)式で表される。また流体の密度 ρ_s を規定する式は、(7)式で表される。

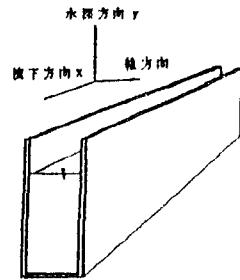


図 - 1 座標系

$$u = \psi_{,x} \quad v = -\psi_{,y} \quad \dots \quad (1)$$

$$\psi_{,xx} + \psi_{,yy} = -\omega \quad \dots \quad (2)$$

$$\dot{u} + u \cdot u_{,x} + v \cdot u_{,y} = -1/\rho_s \cdot P_{,x} + \nu (u_{,xx} + u_{,yy}) \quad \dots \quad (3)$$

$$\dot{v} + u \cdot v_{,x} + v \cdot v_{,y} = -1/\rho_s \cdot P_{,y} + F + \nu (v_{,xx} + v_{,yy}) \quad \dots \quad (4)$$

$$F = g (\rho_s - \rho_a) / \rho_s \quad \dots \quad (5)$$

$$\dot{\omega} + u \cdot \omega_{,x} + v \cdot \omega_{,y} = g \cdot H_{,x} + \nu (\omega_{,xx} + \omega_{,yy}) \quad \dots \quad (6)$$

$$H = (\rho_s - \rho_a) / \rho_s \quad \dots \quad (7)$$

$$\dot{c} + u \cdot c_{,x} + (v + w_d) c_{,y} = E_x c_{,xx} + E_y c_{,yy} \quad \dots \quad (8)$$

$$\rho_n = c \rho_s + (1 - c) \rho_a \quad \dots \quad (9)$$

$$F_{dc} = \frac{u_s}{\sqrt{(\rho_s - \rho_a) / \rho_s \cdot c_s g h}} \quad \dots \quad (10)$$

ここに、 ψ : 流れ関数、 ω : 渦度、 u : x 方向の速度成分、 v : y 方向の速度成分、 P : 圧力、 ν : 粘性係数、 ρ_s : 媒体密度、 ρ_a : 粒子の密度、 g : 重力加速度、 c : 渦度、 E_x : x 方向拡散係数、 E_y : y 方向拡散係数、 \dot{u} 、 \dot{v} 、 $\dot{\omega}$ 、 \dot{c} は、それぞれの時間積分である。粒子の沈降速度 w_d は、単粒子沈降速度として Stokes 式を用いた。

偏微分方程式の近似解法には、重み付き残差法の一種である Galerkin 法を用い、(2)、(5)、(7)式について有限要素方程式を説明した。計算手順は、(2)式より求めた、流れ関数 ψ を(1)に代入し、流速 u 、 v を求め、それらの値を(5)、(6)式に代入することによりそれぞれ渦度 ω 、濃度 c を求めた。繰り返し計算は、time-step Δt を一定として解析を行った。渦度の流入は、清水の流れの場合に、一定濃度で連続投入するものとした。

解析モデルには、水深方向に比べ十分に大きい長さを持つ二次元開水路を想定し、三角形要素によりそれを分割することにより解析を行った。

3. 解析結果

	MODEL1	MODEL2
流入渦度 C_{in} (mg/l)	800	500
密度フルード数 F_{de}	0.7066	0.8028
流入流速 u_{in} (cm/s)	1.25	1.25
拡散係数 E_{xy} (cm ² /s)	5	5
動粘性係数 ν (cm ² /s)	0.01	0.01
平均沈降速度 (cm/s)	0.1087	0.1088
収束時間 (s)	140	146

表-1 初期条件

流れの状態を特徴づける無次元量として、藤崎ら¹¹が提示した密度フルード数 F_{de} 。(8)式を用いた。

図-2、3は、表-1に示す初期条件で、MODEL1について計算を行った結果であり、それぞれ流速ベクトルと等濃度を表している。また図-4、5は、MODEL2の初期条件下での計算結果である。同図は、本解析における収束条件(9)式を満たした収束解である。

$$|(c_{in+1} - c_{in}) / c_{in}| < \varepsilon = 0.01 \quad (9)$$

次に、図-6に領域全体におけるX方向最大流速と最小流速を流入流速 u_{in} で割った u_{max} (黒塗り) と u_{min} (白ぬき) を各時間ごとに示した。また収束解は、それぞれ異なった時間におけるものである。これによると F_{de} が小さい場合は、渦貫流入後約60sまでに、流状が極端に変化し、その後は、徐々に定常状態に近づいている。しかし F_{de} が大きい場合には、収束解に早く至っている。

次に死水域の時間的变化と表すために、MODEL2の拡散係数をそれぞれ $E_x=8$ 、 $E_y=0.06$ として計算を行った結果を図-7に流線(流れ関数)として示した。t=275sは、収束解である。これによると、死水域の形成は、渦貫流入後約90sで完了しており、その後、多少の変化はあるが、ほぼ一定の状態となった。

4. おわりに

以上の解析結果より、流入渦度の違いにより、渦度密度流の流状は、異なった発達過程を示した。また定常解(収束解)は、死水域の状態および流状など既往の報告結果に近い結果が得られた。

今回は、流入渦度の異なった場合の解析結果のみを報告したが、今後は、その他の渦度密度流に影響を与える因子についても考察を加えたい。

参考文献

藤崎・西・白浜・栗谷 横流式沈殿池内の渦度密度流と除去率 土木学会第41回年次学術講演会(1985)



図-2 流速ベクトル



図-3 等濃度線

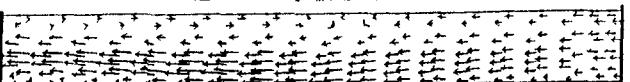


図-4 流速ベクトル

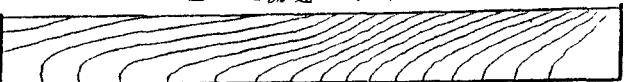


図-5 等濃度線

各時間における最大流速と最小流速

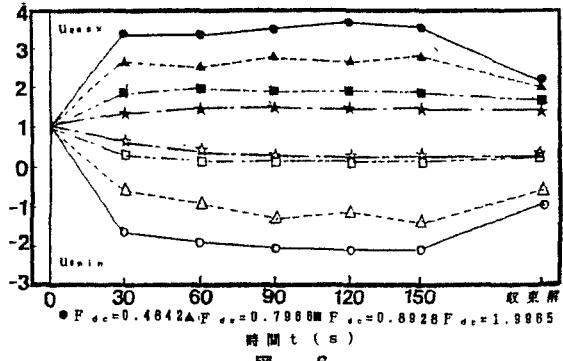


図-6

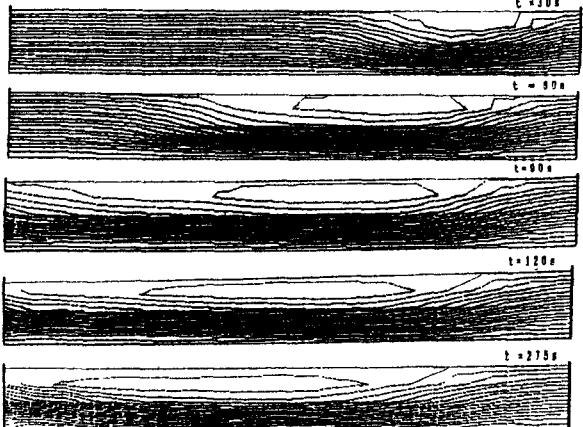


図-7 流線(流れ関数)