

早稲田大学大学院 学生員○守田 一夫

早稲田大学理工学部 正 員 平嶋 政治

早稲田大学理工学部 正 員 依田 照彦

早稲田大学理工学部 正 員 末武 義崇

1. はじめに

薄板より構成される鋼構造物が多方面に利用されるようになってきた。それに伴って圧縮力、曲げモーメント、せん断力の組合せ荷重を受ける板要素の強度式の必要性が増大している。有限要素法等の解析手法の進歩は弾塑性有限変位解析を容易にしたとは言うものの、組合せ荷重を受ける平板の終局強度を計算するには多大の労力を要する。

本報告は、差分法を用いて、初期たわみを有する平板の弾塑性有限変位解析を行い、圧縮、曲げ、せん断などのパラメータを変化させつつ終局強度を求め、数値計算結果をもとに平板の相関強度式を提案することを目的としたものである。

2. 平板の弾塑性有限変位理論

面内力を受ける平板の弾塑性有限変位解析を行うに当たり、幾何学的非線形性と材料非線形性に関して次のような仮定を設ける。

1) 幾何学的非線形性は、Von Kármánの平板理論を用いて考慮する。

2) 材料非線形性については、以下の仮定を設ける。

① 構成則はHencky の全ひずみ理論にしたがう。

② 降伏判定は、Von Misesの降伏条件を用いて行う。

③ 材料は直線硬化性材料とする。(図1)

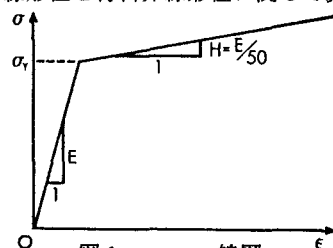


図1 σ-ε線図

以上の仮定をもとに定式化を行うと、次の基礎方程式が導かれる。

$$\nabla^4 F = -\frac{3Et}{3+2\nu} \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right\} \quad (1)$$

$$\nabla^4 w = \left\{ \frac{1}{D} + \frac{4\nu}{t^3} \cdot \frac{6(1-\nu+\nu^2)+3E\nu}{3+2E\nu} \right\} \left\{ \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) - 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \right\} \quad (2)$$

$$\text{ここに、 } \chi_m = \frac{3}{2} \cdot \frac{E-H}{EH} \cdot \left(\frac{N}{N_0} - 1 \right), \quad \chi_b = \frac{t^3 \cdot \bar{\kappa}}{4M_0 \left\{ 3 - 4 \left(\frac{6M_0}{Et^3} \cdot \frac{1}{\bar{\kappa}} \right)^2 \right\}} - \frac{3}{2E}$$

F: Airyの応力関数、w: たわみ、D: 板の曲げ剛性、t: 板厚、E: Young率、 N_0 : 初期降伏時における相当膜力、 M_0 : 初期降伏時における相当曲げモーメント、 $\bar{N}$, $\bar{M}$: 相当膜力、相当曲げモーメント、H: ひずみ硬化率、 $\bar{\kappa}$: 相当曲率、さらに降伏条件として、次式を採用する。

$$\left| \frac{\bar{N}}{N_Y} \right| + \left| \frac{\bar{M}}{M_Y} \right| \geq 1 \quad (3) \quad \begin{array}{l} N_Y: \text{降伏膜力} \\ M_Y: \text{降伏曲げモーメント} \end{array}$$

3. 解析モデル

解析モデルを、単純支持された正方形板とし、初期たわみ w_0 を

$$w_0 = w_{0\max} \sin(\pi x/a) \sin(\pi y/a) \quad (4)$$

で与える。本報告では、正方形板をx, y方向に6分割して計算を行った。Young率: $E = 2.1 \times 10^6$ (kg/cm²)、降伏応力: $\sigma_Y = 3600$ (kg/cm²) とする。荷重条件は図2に、モデル寸法は表1に示す通りである。

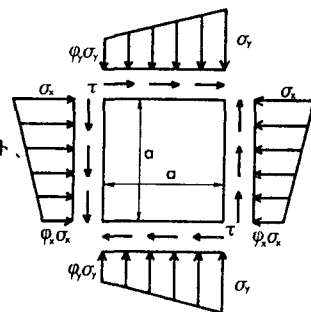


図2 解析モデル

表1 モデル寸法

	Type A	Type B	Type C
$w_{0\max}/a$	1/250	1/250	1/800
幅厚比	80	60	80

4. 数値計算法

式(1), (2) は、高次の連立偏微分方程式であるので、単純な境界条件の場合でも厳密解を得ることは難しい。そこで、本報告では式(1), (2) を差分法を用いて離散化し、非線形多元連立一次代数方程式に変換して、繰り返し計算によって近似解を得る方法を用いた。図3に示したFlow Chartから分かるようにN段階において得られた解を、N+1段階におけるたわみの第一近似解としている。これにより弾塑性解析を容易に行うことができる。またN段階で塑性域に達した格点があっても、その段階で塑性計算をせずに、N段階の解を用いて N+1段階において塑性計算を行っている。

5. 相関強度式の提案

計算結果の一例を図4、図5に示す。図4は $\phi_x = -1$, $\phi_y = 1$ 、図5は $\phi_x = -1$, $\phi_y = -1$ の時の図であり、円柱の上端が解析結果の終局強度点を示す。 σ_x , σ_y , τ は作用応力であり、 σ_{xcu} , σ_{ycu} は圧縮のみ、 σ_{xbu} , σ_{ybu} は曲げのみ、 τ_u はせん断のみによる終局強度である。これらの結果を基に、以下の相関強度式を提案する。

$$\frac{1+\phi_x}{2} \left(\frac{\sigma_x}{\sigma_{xcu}} \right) + \frac{1-\phi_x}{2} \left(\frac{\sigma_x}{\sigma_{xbu}} \right)^{\frac{1+\phi_x}{2}} + \frac{1+\phi_y}{2} \left(\frac{\sigma_y}{\sigma_{ycu}} \right) + \frac{1-\phi_y}{2} \left(\frac{\sigma_y}{\sigma_{ybu}} \right)^{\frac{1+\phi_y}{2}} + \left(\frac{\tau}{\tau_u} \right)^2 = 1 \quad (4)$$

図4、図5に点の集合で表されている曲面が式(4)である。円柱が曲面より外に出ている部分は白くなっている。曲面に達していない場合は、円柱の上に円柱の延長と曲面との交点となる円が描かれている。円柱が曲面の外に出ているということは、相関強度式を用いて設計することが安全側であることを示す。これらの図から、ほとんどの場合において、式(4)は安全側にあり、危険側にあってもその差は僅かなものであることがわかる。ここに示した図の他にも ϕ_x , ϕ_y を変化させた計算例があるが、そのいずれも式(4)が危険側になることはない。式(4)が相関強度のほぼ期待値を与えていることから判断すると、式(4)は板の相関強度式として妥当であると考えられる。

6. まとめ

簡易な弾塑性有限変位解析を基にパラメータ解析を実施し、圧縮、曲げ、せん断の組合せ応力を受ける正方形板の、相関強度式(4)を提案した。本報告では正方形板のみを扱ったが、今後は長方形板をも含めたより一般的な相関強度式を提案する予定である。

<参考文献>

- 1)ディム, I. L., シャームス, I. H.: "材料力学と変分法", プレイン図書, 昭和52年。
- 2)北川 浩: "塑性力学の基礎", 日刊工業, 昭和54年。

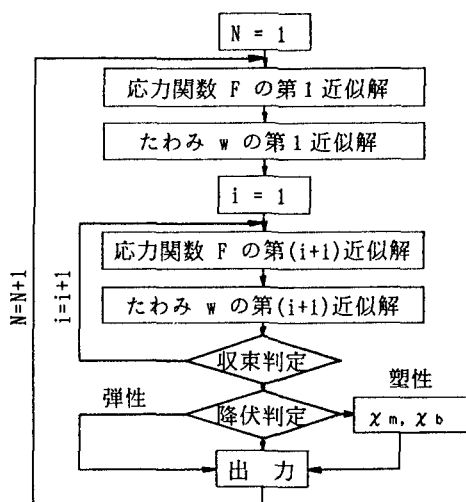


図3 Flow Chart

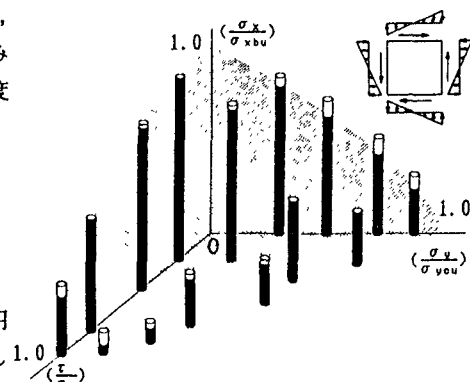


図4 計算結果及び相関強度曲面
($\phi_x = -1$, $\phi_y = 1$, Type A)

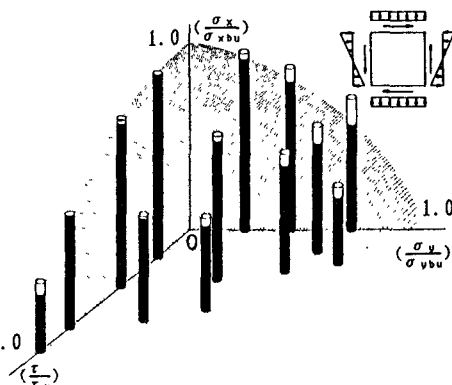


図5 計算結果及び相関強度曲面
($\phi_x = -1$, $\phi_y = -1$, Type A)