(I −29)　骨組部材の幾何学的非線形解析における弧長制御について

早稲田大学大学院　学生員○川田　成彦
早稲田大学理工学部　田中顕士郎
長野　県庁　正　員　宍戸　誠
早稲田大学理工学部　正　員　依田　照彦

1. まえがき

骨組構造物の幾何学的非線形解析では、一般に増分法とNewton−Raphson 法等の反復法とを組み合わせた混合法が利用されている。各種の解析手法の中でも特に弧長法と呼ばれているものは、釣り合い曲線に沿った弧長を制御変数にとるため、曲線上に極限点を含むような現象の解析にも良く適応し、有効な手法であることが確認されている[1]。しかしながら、弧長法の計算における１ステップ間の弧長の選択は、概して経験的な手法に依存しており、場合によっては弧長が適正でないことに起因する不経済な計算を強いられることがある。本報告は、その改善策の一つとして、弧長の定義に特定の変位成分を用いる特定弧長法を利用し、それに基づいた弧長制御の手法を提案することを目的としている。

2. 特定弧長法の定式化

弧長法における弧長の定義は、一般に次式のように表される。

$$\Delta s^2 = \Delta\lambda^2 + \{\Delta d\}^T \{\Delta d\} = \Delta\lambda^2 \left[1 + \{d_o\}^T \{d_o\}\right] \quad (1)$$

ここにΔsは弧長増分量、Δλは荷重増分パラメータで荷重増分を｛ΔP｝、基準荷重ベクトルを｛P。｝とすれば

$$\{\Delta P\} = \Delta\lambda \{P_o\} \quad (2)$$

で定義される。また｛Δd｝は変位増分ベクトル、｛d。｝は基準変位ベクトルである。

通常釣り合い曲線は、荷重とある特定方向の変位の関係を平面的に示すものであるから、表示される弧長は式(1)によれば変位ベクトルの要素数、すなわち構造物の節点数の増加に伴って相対的に短くなる。このため複雑な弧長制御を行わない限り、不経済な計算を強いられる。そこで特定方向の変位成分にのみ着目して式(1)を書き改めれば、次式が得られる。

$$\Delta s^2 = \Delta\lambda^2 + \Delta d^2 = \Delta\lambda^2 \left(1 + d_o^2\right) \quad (3)$$

ここにΔdは特定方向の変位増分量、d。はそれに対応する基準変位である。

式(3)に基づく弧長法を特定弧長法と呼ぶが[2]、これには次に挙げる長所がある。

①釣り合い曲線を表す座標面と同一面内において弧長を定義できる。
②したがって、上記座標系を無次元化することで弧長を無次元化することが可能である。
③弧長の無次元化は、弧長を制御する上で有利である。

釣り合い曲線に沿って定義された弧長は本来無次元量であるべきだが、式(1)の定義に従えば実際はそのように扱われていないことがわかる。ところが、無次元化された座標系に示される変数だけを用いて弧長を定義する特定弧長法によれば、同時に弧長の無次元化も図れる。これが②の理由であり、その結果、座標面内のどの方向に向かう弧長であっても同一長さにすることが可能である。

3. 弧長の制御

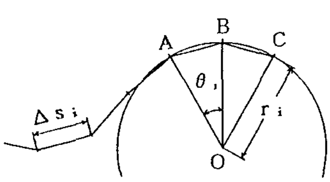

図1. 曲線の円弧近似

まず同一長さの弧長を用いて近似された曲線を考える。図１に示すように、３点A, B, Cを通る曲線を弧とするような円Oを考えれば、その半径 r_i は次式で近似的に表現できる。

$$r_i = \Delta s_i / \theta_i \quad (4)$$

ここに θ_i は弧 Δs_i に対する中心角で、また、ベクトル AB と BC のなす角でもある。

曲線のカーブが緩やかな所ではθ_iは微小なので、Δs_iによる曲線の近似が妥当であることは言うまでもないことだが、曲率の大きい所でもそのままΔs_iを用いることは不合理である。この場合、曲率半径に応じた弧長を選択することが望ましい[3)]。

円に内接する正多角形の一辺に対する中心角をθ_0とすれば、θ_0が小さい程、その正多角形は円に近似してくる。この微小な角をθ_0として定数で与えれば、曲率半径r_iに応じた弧長Δs_{i+1}を得ることができる。式で表せば

$$\Delta s_{i+1} = r_i \theta_0 = \Delta s_i \theta_0 / \theta_i \tag{5}$$

式(5)を弧長の制御式として、ここに提案する。

4. 計算結果

まず特定弧長法の妥当性を確かめるために、エラスティカの問題を例に一般弧長法と比較する。図2,図3に示すように両者の解析精度はほぼ一致しているが、座標面上における相対的な弧長の短縮がない分だけ、特定弧長法の方がより経済的な手法であることがわかる。また、初期曲率を有する円弧ばり[4)]に対して特定弧長法を適用した結果においても、妥当性が確認できる。（図4,図5）

式(5)で提案した弧長制御法を図6に示す立体3本トラスに適用した。その結果、図7に示すように曲率に対応して弧長が伸縮することが確認できた。

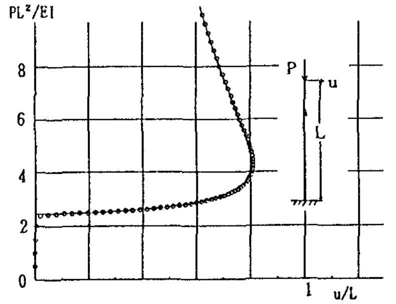

図2.エラスティカの解析（一般弧長法）

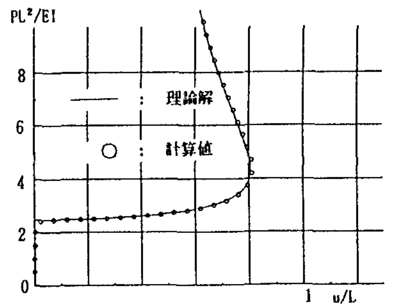

図3.エラスティカの解析（特定弧長法）

5. あとがき

本報告では非線形計算手法として定着しつつある弧長法を取り上げ、特定弧長法の利点、弧長制御の具体的手法、実際の数値計算への適用性などについて考察した。いずれの問題においても、ここに示した弧長法は十分有効であることが確かめられた。今後は、任意の空間骨組部材に対して弧長法による非線形解析を実施し、その有用性を確かめたい。

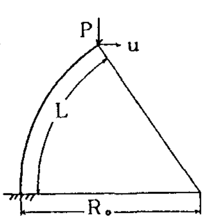

図4.円弧ばり

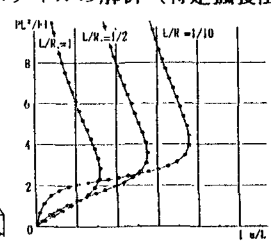

図5.円弧ばりの解析

参考文献

1) 末武・工藤・平嶋・依田：弧長増分法に基づく板殻構造物の耐荷力解析，構造工学論文集，Vol.34A，昭和63年3月．

2) 細野：弧長法による弾性座屈問題の解析（その2）：日本建築学会論文報告集，第243号，昭和51年5月．

3) タウィーブ・ボラサック・西野：弧長自動変更アルゴリズム，構造工学論文集，Vol.34A，昭和63年3月．

4) Goto・Yamashita ・Matsuura：Elliptic Integral Solutions for Extensional Elastic with Constant Initial Curvature, Proc.of JSCE.Structural Eng. /Earthquake Eng., Vol.4, No.2, October 1987.

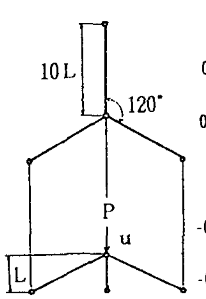

図6.立体3本トラス

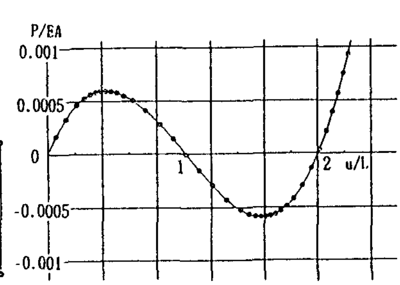

図7.立体3本トラスの解析