

(I-16) 純せん断変形を考慮した骨組構造物の静的および衝撃応答解析

防衛大学校 学生員 和田総一郎 正員 香月智 学生員 星川辰雄 正員 石川信隆

1. 緒言 近年、鋼製スリットダムが多く使用されるようになってきたが、土石流中に含まれる巨れきの衝突によってせん断破壊した例が過去にあった。本研究は、実験研究¹⁾に引き続き、その破壊原因を理論的に究明するため、まず純せん断変形を算出可能な骨組構造物の剛性マトリックスを誘導し、次いで静的弾性解析によってこれを確認したうえで、さらに片持ちばりおよびアーチの衝撃応答解析にこれを応用しようと試みたものである。

2. 解析法 (1)剛性マトリックス 従来の要素剛性マトリックスの誘導においては、要素端に生ずるはり軸直角方向の外変位(節点変位)が、曲げ変形とせん断変形の総和であり、純せん断変形のみによる節点変位を算出することは困難であった。ここでは、図-1のように、純せん断変形(u_{B1}, u_{B2})を考慮した骨組要素モデルを仮想外力(F_{B1}, F_{B2})を与えることにより考える。この要素モデルを用いた静的弾性解析の式は、次のように表される。

$$q = [C_A \ C_B] \begin{bmatrix} u_A \\ u_B \end{bmatrix} \quad (1) \quad \begin{bmatrix} F_A \\ F_B \end{bmatrix} = [C_A \ C_B]^T Q \quad (2)$$

$$Q = k q \quad (3)$$

ここに、式(1)は変形適合条件、式(2)は力のつり合条件、式(3)は内変形と内力の関係を示す。ただし、 Q :内力ベクトルで、曲げモーメント、軸力、せん断力を表わす。 q :内変形ベクトルで、曲げ変形、軸力の伸び変形、せん断変形を表わす。 C_A :外変位 u_A と q を適合させるマトリックス、 C_B :外変位 u_B と q を適合させるマトリックス、 u_A :曲げと軸力とせん断変形によって生じる節点変位ベクトル、 u_B :純せん断変形によって生じる仮想外変位(節点変位)ベクトル、 F_A :内力(曲げと軸力とせん断力)とつり合う外力ベクトル、 F_B :純せん断力のみとつり合う仮想外力ベクトル、 k :要素の剛性マトリックス。式(1)~式(3)を連立して解くと、変位法の解析基本式が次のように得られる。

$$\begin{bmatrix} F_A \\ F_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_A^T k C_A & C_A^T k C_B \\ C_B^T k C_A & C_B^T k C_B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_A \\ u_B \end{bmatrix} \quad (4)$$

さて、外力によってなされる仕事を V とすると、 V は次式のように表される。

$$V = [F_A u_A^T + F_B u_B^T] \quad (5)$$

ただし、第一項は、曲げと軸力とせん断力によってなされる仕事を意味し、第2項は、純せん断力のみによってなされる仕事を表わす。ここで、第二項が有限な値を持つことは、せん断力によって二重に仕事なされることを意味するのでこれを防ぐため、 u_B が常に u_A に含まれることに着目し、仮想外力 $F_B = 0$ とすることにより、仕事場でのつりあいを成立させる。よって、構造全体における変位法の基本式および純せん断変形 u_B が以下のように導かれる。

$$F_A = \bar{K} u_A \quad (6)$$

$$u_B = - [C_B^T k C_B]^{-1} [C_B^T k C_A] u_A \quad (7)$$

ただし、 $\bar{K} = C_A^T k C_A - [C_A^T k C_B] [C_B^T k C_B]^{-1} [C_B^T k C_A]$

(2) 衝撃応答解析 衝撃応答解析の手法は、①重錘に衝突速度 V_0 を与えて解析を開始する。②時刻 t に

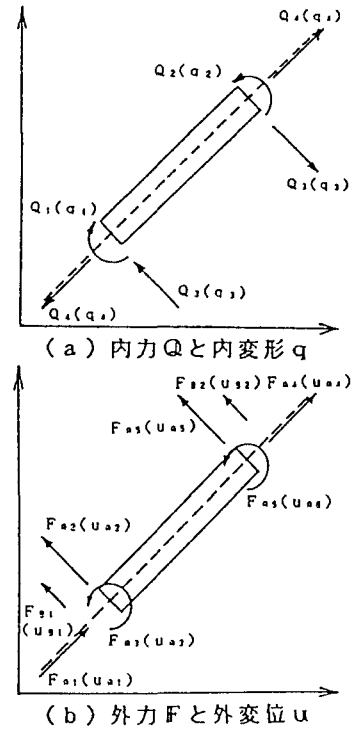


図-1 要素モデル

おける、構造物の衝突点における変位 U_i 、速度 $\dot{U}_i$ および、重錘の変位 U_m 、速度 $\dot{U}_m$ から次式を用いて衝撃荷重 P_t を求める¹⁾。

$$P_t = k [U_m - U_i] + C [\dot{U}_m - \dot{U}_i] \quad (8)$$

ただし、 k は局部変形剛性であり、 C は局部変形減衰係数である。③ P_t を用いて、重錘の $t + \Delta t$ の運動解を得る。④ P_t を用いて、構造物の $t + \Delta t$ の運動解をウィルソンの θ 法を用いて求める。⑤計算終了条件($t = t_E$; 指定した終了時間)に達するまで、②～④をくりかえす。

3. 計算結果 (1) 計算例1: 誘導した剛性マトリックスの妥当性を検証するため、図-2に示す片持ちばりの静的解析について、川井らの研究²⁾の解析例と比較した。図-2より、本解析結果は、川井らの解²⁾とはあまり一致しないがTimoshenkoの解³⁾とはよく一致することが認められ、曲げとせん断変形を生ずる構造系における本法の妥当性が検証された。(2) 計算例2: 平面骨組構造に拡張した場合の剛性マトリックスの妥当性を検証するため、図-3に示すアーチを20分割して弾性解析を行った。図-4

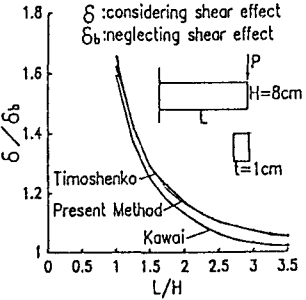


図-2 片持ちばりの静的解析結果

にアーチ中央点における垂直変位と荷重の関係を示す。図中には、せん断変形を考慮しない場合の解と実験により得られた値とを併せて示している。せん断変形を考慮しない解に比して、本法の解は当然のことながら大きな変位量を生じその値はより実験値に近い値を示している。このことから本剛性マトリックスは平面骨組構造においても妥当性が検証された。(3) 計算例3:

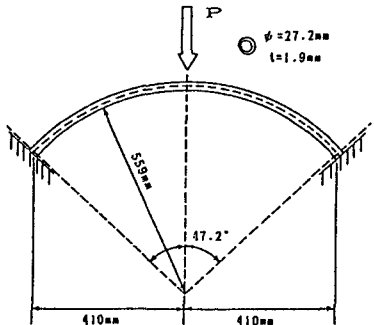


図-3 円形アーチ

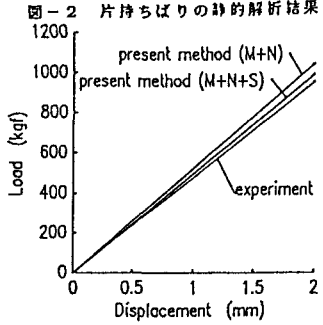


図-4 アーチの荷重～変位関係

図-5に示す $\phi = 48.6\text{mm}$, $t = 3.2\text{mm}$ の鋼管片持ちばりに重量150kgfの重錘が初速度4.0m/sで衝突する場合の弾性衝撃応答解析を行った。解析パラメータとして落下点の変位を固定端から90cm, 70cm, 20cmの三つの場合に变化させた。図-6には、衝突点における変位～時間関係を、図-7には固定端の要素に生ずる純せん断変形～時間関係を示す。当然のことながら落下点を固定端に近づけるにつれて衝突点の変位は小さくなるが、反対に固定端に生ずる純せん断変形量は大きく

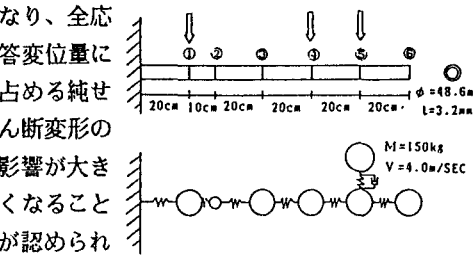


図-5 片持ちばりの衝撃解析モデル

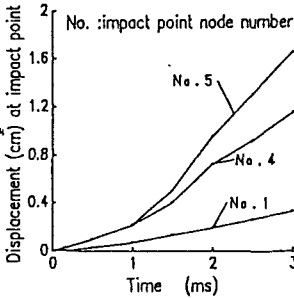


図-6 片持ちばりの衝突点変位

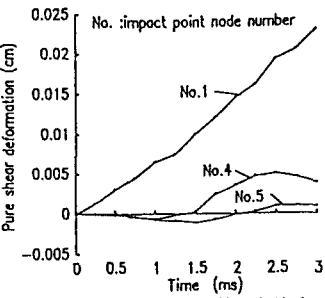


図-7 片持ちばりの固定端における純せん断変形

た。

参考文献

- 1) 斎藤、石川、大野、水山: 鋼管片持ちばりの衝撃吸収エネルギーに関する基礎的研究、土木学会論文報告集、第386号、1987年10月、pp.321～328
- 2) 川井忠彦: せん断変形を考慮した梁の一離散化解析、生産研究、第30巻5号、1978年5月、PP.165～168
- 3) S.P.Timoshenko and J.N.Goodier: Theory of Elasticity, Third Edition