

群馬高専 正員 平田恭久
東京都立大学 正員 伊藤文人

1. まえがき

筆者らは等式制約法と称する非線形最適化手法について考察を行ってきたが、その最適化手法の適用例として活荷重合成桁の主桁断面決定を用いてきた。その過程でプレートガーダー及び活荷重合成桁における最適構造特性について、種々の考察も併せ行ってきた。ここでは、そのうちの活荷重合成桁での最適桁高を取り上げ、活性な制約条件式から導いた算出式と等式制約法に基づく探索プログラムの結果から、最適桁高の目安となる近似式を作成してみた。

2. 最適桁高について

プレートガーダーの最適桁高については、(1)、(2)式のような曲げモーメントを基準にした算出式が得られている。(1)式は腹板厚 t_w が一定（最小板厚）の場合であり、(2)式は t_w が幅厚比 r_w で定まるとした場合である。これに対し、活荷重合成桁ではこのような算出式が示されていないのが現状であり、プレートガーダーに比べ活荷重合成桁では制約条件が複雑なため、定式化が困難なことが原因であると考えられる。この点を打開するため、プレートガーダーとの類似性を考慮して近似算出式を導き、これと探索結果とを対応させることにより、近似算出式の係数を定めることにした。

図-1は探索結果による活荷重合成桁での最適桁高と活性な制約面である。活荷重合成桁には合成前曲げモーメント M_s と合成後曲げモーメント M_v があるが、図示に便利のように(3)式に示す基準化を行い、 $M = M_s + M_v$ で表している。(1)、(2)式はフランジ厚を無視し、桁断面を腹板高 $h_w =$ 桁高 h 、腹板厚 t_w 、上・下フランジ断面積 A_c 、 A_t の4変数として導いている。 t_w は(4)式の腹板厚の制約式 $g_{t_{wo}}$ または $g_{t_{wr}}$

$$h_1 = \left\{ \frac{6M}{2\sigma_{ta} \cdot t_{wo}} \right\}^{1/2} \quad (1)$$

$$h_2 = \left\{ \frac{3M \cdot r_w}{2\sigma_{ta}} \right\}^{1/3} \quad (2)$$

$$h = \frac{M_v}{M_s} = 18/\sqrt{M+0.291} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} g_{t_{wo}} &= t_{wo} - t_w \leq 0 \\ g_{t_{wr}} &= h_w / r_w - t_w \leq 0 \\ g_{sca} &= \sigma_{sc} + \sigma_{st} - \sigma_{ca} \leq 0 \\ g_{ser} &= \sigma_{sc} - \sigma_{er} \leq 0 \\ g_{bco} &= b_{co} - b_c \leq 0 \\ g_{lv} &= \mu \cdot M_v - I_v \leq 0 \\ g_{svc} &= -\sigma_{vc} \leq 0 \\ g_{sta} &= \sigma_{st} + \sigma_{vt} - \sigma_{ta} \leq 0 \\ g_{bto} &= b_{to} - b_t \leq 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

から定まり、 A_c 、 A_t は2個の主としてフランジ断面を定める制約式（活荷重合成桁の場合を(5)式に示す）から定まる。活荷重合成桁でも(1)、(2)式のような形になることは、図-1の $[g_{\sigma_{ca}}, g_{\sigma_{ta}}, g_{t_{wr}}]$ における最適桁高曲線より想像できる。

3. 近似算出式

活荷重合成桁での活性な制約面の組合せは図-1に示すように数種類はあり、それぞれについて最適桁高算出式が考えられ、制約面の境界上に最適桁高が存在する場合もある。しかしながら、制約条件の設定により異なるが、図-1の場合は、 M の小さい範囲では $g_{t_{wo}}$ と $g_{t_{wr}}$ の境界上に存在し、 M の大きい範囲では $[g_{\sigma_{ca}}, g_{\sigma_{ta}}, g_{t_{wr}}]$ 上に存在するとして最適桁高の概要を表すことができる。よって、上・下フランジ断面が許容応力度で定まる状態について算出式

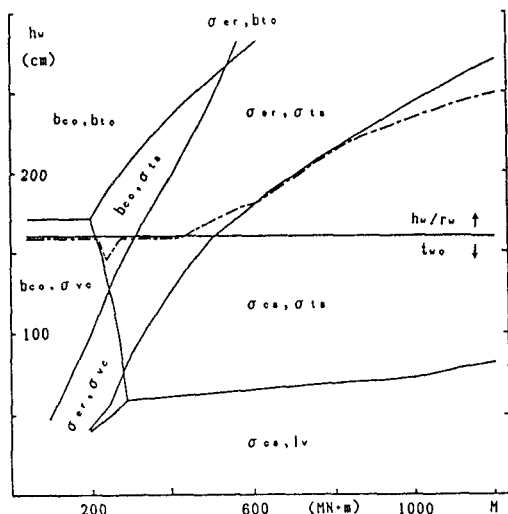


図-1 最適桁高と活性な制約面

を導くことにした。

フランジ厚を無視して算出式を導くが、鋼桁断面での応力度 σ_{sc} , σ_{st} で A_c , A_t を表すと(6)式になり、鋼桁断面積 A_s は(7)式になる。 A_s についての全微分は(8)式になるが、(8)式より(9)式の形の式を導くと、最適桁高算出式が得られる。 $dA_{c(s)}$, $dA_{t(s)}$ は(6)式的全微分より得られるが、プレートガーターとは異なり、 $d\sigma_{sc}$, $d\sigma_{st}$ は未知数である。合成断面における全微分 $dA_{c(v)}$, $dA_{t(v)}$ と $dA_{c(s)}$, $dA_{t(s)}$ を等置することにより、 $d\sigma_{sc}$, $d\sigma_{st}$ が求められるが、非常に複雑になる。よって、実用上の算出式を導くにはなんらかの簡略化が必要になる。

探索結果を基に作成した活性な制約面上での応力度図を参照すると、 $[\sigma_{ca}, \sigma_{ta}]$ の範囲では $d\sigma_{sc}/d\bar{h} \approx 0$ とみなすことが可能である。この近似より導いた $d\sigma_{st}/d\bar{h}$ 式を更に簡略化して(9)式を導くと、 $t_w = t_{wo}$ のときは $(\bar{h}_1)^2$ について、 $t_w = \bar{h}_w / r_w$ のときは $(\bar{h}_1)^3$ についての2次式になる。これより2次式の根を求めると、(10), (11)式が得られる。(10), (11)式の α_1 , α_2 を定数とみなせば、プレートガーターでの(1), (2)式に相当する式になるが、 α_1 , α_2 には σ_{sc} , σ_{st} , $\bar{h}$ が含まれており、特に $\bar{h}$ の影響が大きい。(10), (11)式に $\bar{h}$ の影響を含ませるため、 M を M_s と M_v に分けて(12), (13)式の形に直す。

4. 探索結果との対応

(13)式の係数 a_2 , b_2 を探索結果でのデータを用いて最小二乗法により定める。探索プログラムでは上・下フランジ厚 t_c , t_t も変数としており、 t_c , t_t を非常に小さい値に固定すれば、フランジ厚を無視する場合に相当してくる。しかしながら、 t_c , t_t を非常に小さい値としても通常の値としても、フランジ厚を含めた桁高 $\bar{h}$ は若干変化するが、腹板高 $\bar{h}_w$ は殆ど変化しない。

よって、通常の板厚で得られた $\bar{h}_w$ をフランジ厚を無視したときの最適桁高とみなすことにした。

探索プログラムでの $\bar{h}$ は(3)式で基準化しているが、 $\bar{h}$ の変化による影響を加味するため、 $\bar{h} \times 0.5$, $\bar{h}$, $\bar{h} \times 1.5$ の3通りとし、 $M=400 \sim 1200 \text{ MN} \cdot \text{m}$ (100 $\text{MN} \cdot \text{m}$ おき) の計27ケースについて、 σ_{er} , σ_{ca} , σ_{ta} , σ_{twr} を有効な制約条件として最適桁高を求めた。この結果による(13)式の係数は $a_2=1.01$, $b_2=0.34$ であり、図-2に探索による最適桁高と近似式との比較を示す。最適桁高には $[\sigma_{er}, \sigma_{ta}, \sigma_{twr}]$, $[\sigma_{er}, \sigma_{ca}, \sigma_{ta}, \sigma_{twr}]$, $[\sigma_{ca}, \sigma_{ta}, \sigma_{twr}]$ の3種類があるが、1個の近似式でもおおよその傾向を表すことができる。 σ_{two} と σ_{twr} の境界である $\bar{h} = r_w \cdot t_{wo}$ と近似式の交点は(13)式 $= r_w \cdot t_{wo}$ と置くことにより求まる。 $[\sigma_{ca}, \sigma_{ta}, \sigma_{twr}]$ の最適桁高のみに近似式を合わせると、 $a_2=1.01$, $b_2=0.531$ になり、最適桁高に対する M_v の影響は M_s の半分である。

5. まとめ

活荷重合成桁での最適桁高の目安となる近似式を作成することができたが、①複数の制約面を一つの近似式で表すのが無理 ② $[\sigma_{ca}, \sigma_{ta}]$ 以外の制約面についても算出式が必要 ③断面変更点のある場合の検討も必要 等の問題点が残されている。

$$\left. \begin{aligned} A_{c(s)} &= \frac{M_s}{\bar{h}_w \sigma_{sc}} - \frac{t_w \bar{h}_w}{6} \cdot \frac{2\sigma_{sc} - \sigma_{st}}{\sigma_{sc}} \\ A_{t(s)} &= \frac{M_s}{\bar{h}_w \sigma_{st}} - \frac{t_w \bar{h}_w}{6} \cdot \frac{2\sigma_{st} - \sigma_{sc}}{\sigma_{st}} \end{aligned} \right\} (6)$$

$$A_s = t_w \cdot \bar{h}_w + A_c + A_t \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} dA_s &= t_w \cdot d\bar{h}_w + \bar{h}_w \cdot dt_w + dA_c + dA_t \\ t_w &= t_{wo} \text{ のとき } dt_w = 0 \\ t_w &= \bar{h}_w / r_w \text{ のとき } dt_w = 1/r_w \cdot d\bar{h}_w \end{aligned} \right\} (8)$$

$$dA_s = [] d\bar{h}_w = 0 \quad (9)$$

$$\bar{h}_1 = \alpha_1 \left\{ \frac{6M}{2\sigma_{ta} \cdot t_{wo}} \right\}^{1/2} \quad (10)$$

$$\bar{h}_2 = \alpha_1 \left\{ \frac{3M \cdot r_w}{2\sigma_{ta}} \right\}^{1/3} \quad (11)$$

$$\bar{h}_1 = a_1 \left\{ \frac{6(M_s + b_1 M_v)}{2\sigma_{ta} \cdot t_{wo}} \right\}^{1/2} \quad (12)$$

$$\bar{h}_2 = a_1 \left\{ \frac{3(M_s + b_1 M_v) r_w}{2\sigma_{ta}} \right\}^{1/3} \quad (13)$$

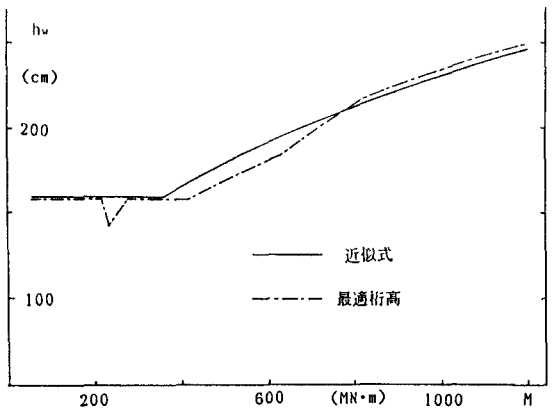


図-2 近似式と最適桁高の比較