

ばねモデルの違いが剛体の動的挙動におよぼす影響

東京電機大学 理工学部 正 員 松井 邦人
 東京電機大学 理工学部 正 員 佐々木利視
 東京電機大学 理工学部 学生員 本田 満彦

1. はじめに

浮き上がりを伴う剛体のロッキング振動を解析するとき、剛体がウィンクラーばねで支持されていれば、浮き上がりが始まると時々刻々ばね剛性が変化する。常に剛体とばねの接触領域を考慮する必要がある。必然的に時間刻み幅を小さくすることになり、計算効率が悪くなる。

ウィンクラーばねを集中ばねでモデル化できれば、運動方程式の解を厳密解に基づく漸化式で表現できるため、時間刻みが比較的大きくても安定した解が得られる。本研究では、ばねモデルの違いが動的挙動の及ぼす影響について、比較検討する。

2. ばねモデルと運動方程式

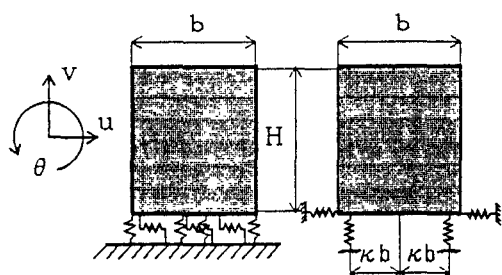


図-1 ウィンクラーモデル 図-2 集中ばねモデル

図-1がウィンクラーモデル、図-2が集中ばねモデルである。両者とも剛体の自重により同じ大きさの初期変位が存在する。これ等のモデルの運動方程式は

$$M\ddot{Z} + KZ = Q(t) \quad (3)$$

と書くことが出来る。Mは質量マトリックス、Kは剛性マトリックス、ZおよびZは各々加速度・変位応答ベクトル、またQ(t)は外力ベクトルである。ウィンクラーばねモデルについて $\omega_{HW}^2 = 2k_{HW}/m$, $\omega_{UW}^2 = 2k_{UW}/m$, $\alpha = H/b$, また集中ばねモデルについては $\omega_H^2 = 2k_H/m$, $\omega_U^2 = 2k_U/m$, とすると、両モ

デルとも

$$M = \begin{pmatrix} \frac{1+\alpha^2}{12} & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{pmatrix}, \quad Q = \begin{pmatrix} 0 \\ -\ddot{u}_0 \\ -\ddot{v}_0 - g \end{pmatrix}$$

$$\dot{Z} = \begin{pmatrix} \dot{b} \\ \dot{\theta} \\ \dot{u} \\ \dot{v} \end{pmatrix}, \quad Z = \begin{pmatrix} b \\ \theta \\ u \\ v \end{pmatrix} \quad (2)$$

で表すことが出来る。またKはウィンクラーモデルでは

$$K = \begin{pmatrix} \frac{\omega_{VW}^2}{24} D_3 + \frac{\alpha^2 \omega_{HW}^2}{8} D_1 & \frac{\alpha \omega_{HW}^2}{4} D_1 & \frac{\omega_{VW}^2}{8} D_2 \\ \frac{\alpha \omega_{HW}^2}{4} D_1 & \frac{\omega_{HW}^2}{2} D_1 & 0 \\ \frac{\omega_{VW}^2}{8} D_2 & 0 & \frac{\omega_{HW}^2}{2} D_1 \end{pmatrix}$$

$$D_1 = (\xi_R - \xi_L), \quad D_2 = (\xi_R^2 - \xi_L^2),$$

$$D_3 = (\xi_R^3 - \xi_L^3) \quad (3)$$

であり、 ξ_r, ξ_l は表-1に示す通りである。

また、集中ばねモデルは

$$K = \begin{pmatrix} \left(\frac{\kappa^2 \omega_V^2}{2} + \frac{\alpha^2 \omega_H^2}{2} \right) M_1 & \frac{\alpha \omega_H^2}{2} M_1 & -\frac{\kappa^2 \omega_V^2}{2} M_2 \\ \frac{\alpha \omega_H^2}{2} M_1 & \frac{\omega_H^2}{2} M_1 & 0 \\ -\frac{\kappa^2 \omega_V^2}{2} M_2 & 0 & \frac{\omega_V^2}{2} M_1 \end{pmatrix}$$

$$M = (\varepsilon_L + \varepsilon_R), \quad M = (\varepsilon_L - \varepsilon_R) \quad (4)$$

と書くことができ、 $\varepsilon_r, \varepsilon_l$ は表-1に示す。

表-1 各接触状態での $\xi_R, \xi_L, \varepsilon_R, \varepsilon_L$

	全接触	一部浮上		全浮上
		右側浮上	左側浮上	
ξ_R	1	ξ_a	1	0
ξ_L	-1	-1	ξ_a	0
ε_R	1	0	1	0
ε_L	1	1	0	0

ここで, $\xi_a = -2V/b\theta$

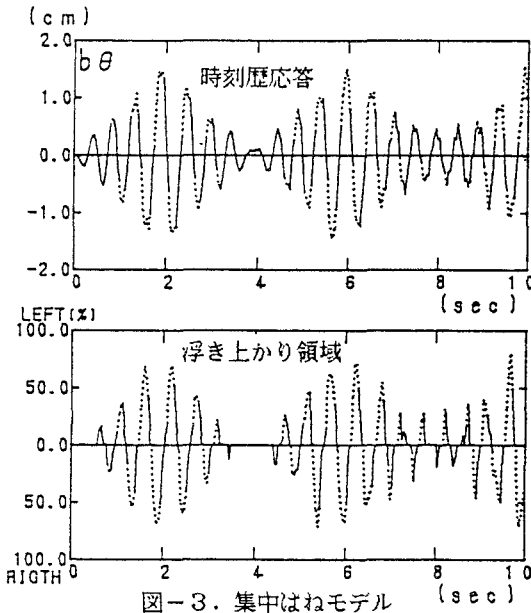
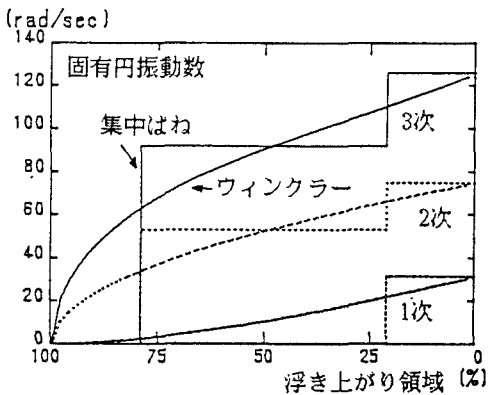


図-3. 集中ばねモデル



$\alpha=1.0, \omega_{vw}=\omega_{hw}=\omega_v=\omega_h=75\text{rad/s}, \kappa=1/\sqrt{12}$

図-5. 固有円振動数の変動

謝辞 本研究を行うにあたり奥村敏恵先生(東京大学名誉教授)に多くの助言を頂きましたここに深く謝意を表します。

3. 解析結果と考察

ウィンクラーばねモデルを集中ばねモデルで置換するためには、全接触時においての全ての固有値が一致するように集中ばねの剛性や位置を決めればよい。浮き上がりが生じない場合には、ロッキングの1次と2次の固有周期が同じであると両者のモデルは全く同じ挙動を示す。しかし、浮き上がり後の挙動は必ずしも一致しないと思われる。不一致度を浮き上がりに伴う固有円振動数の変動と、時刻歴応答及び浮き上がり領域の観点から比較した。

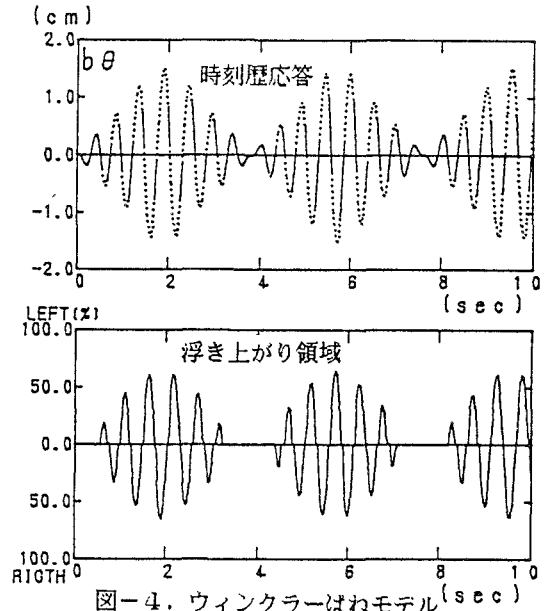


図-4. ウィンクラーばねモデル

集中ばねモデル($\alpha=1.0, \omega_v=75\text{rad/s}, \omega_h=75\text{rad/s}, \kappa=1/\sqrt{12}$)及び、ウィンクラーばねモデル($\alpha=1.0, \omega_{vw}=75\text{rad/s}, \omega_{hw}=75\text{rad/s}$)に正弦波 $100\sin 28t$ を入力した結果を図-3, 4に示す。解析は線形加速度法($\Delta t=0.0001$ 秒)を用いて行った。

4. おわりに

全接触状態での固有円振動数が一致していると、浮き上がり後の挙動もほぼ似ている結果となっている。しかし入力波の円振動数を変えると必ずしも、似かよった結果が得られていない。これは図-5に示す固有円振動数の変動状況の違いによる影響が顕著に現れてくるものと思われる。