（Ⅰ－16）　時刻歴領域における構造物の同定

東京電機大学　理工学部　学生員○栗田哲史
東京電機大学　理工学部　正　員　松井邦人

1　はじめに

構造物の剛性、減衰係数を求めることは、耐震性を検証するため、構造物の動的解析を行なう上で重要である。本研究は、動的応答データから、Gauss-Newton法及びNewmarkのβ法を用いて、上記のパラメータの決定を行なっている。数値解析手法と得られた結果を示す。

2　同定手法

構造物の運動方程式は図１のような多質点系モデルを考えると、一般に

$$\mathbb{M}\ddot{z}+\mathbb{C}\dot{z}+\mathbb{K}z=\mathbb{Q}(t) \qquad (1)$$

と表すことが出来る。Mは質量行列、$\mathbb{C}$は減衰行列、$\mathbb{K}$は剛性行列、$\mathbb{Q}$は外力ベクトルである。ここでは質量行列は既知であると考えているが，$\mathbb{C}$及び$\mathbb{K}$はどちらか一方あるいは両方とも未知であるとする。今測定データを$\mathbf{x}(t)$とする。$\mathbf{x}(t)$は変位、速度、あるいは加速度のどれかである。例えば測定データが変位で与えられたとすると

$$z_j(c_i, k_i, t)=x_j+\varepsilon_j(t) \qquad (2)$$
$$(i=1\sim N,\ j\in J)$$

但しＪはセンサーの設置位置の集合である。また、$\varepsilon_j(t)$は測定誤差である。誤差は全くランダムであるとすると

$$\min \frac{1}{2}\int_0^T\sum_{j\in J}\varepsilon_j{}^2dt=\min \frac{1}{2}\int_0^T\sum_{j\in J}(z_j-x_j)^2dt \qquad (3)$$

z_jはc_i，k_iに依存しているがそれらを用いて陽的に表現できない。$z_j(c_i+\delta c_i, k_i+\delta k_i)$と$z_j(c_i, k_i)$の間の関係は、Taylor展開を用いて

$$z_j(c_i+\delta c_i, k_i+\delta k_i)\fallingdotseq z_j(c_i, k_i)+\sum_{i=1}^{N}\frac{\partial z_j}{\partial k_i}\delta c_i+\sum_{i=1}^{N}\frac{\partial z_j}{\partial k_i}\delta k_i \qquad (4)$$

と書くことができる。式(4)の右辺を式(3)に代入すると

$$\min_{\delta c_i,\delta k_i}\frac{1}{2}\int_0^T\sum_{j\in J}(z_j+\sum_{i=1}^{N}\frac{\partial z_j}{\partial c_i}\delta c_i+\sum_{i=1}^{N}\frac{\partial z_j}{\partial k_i}\delta k_i-x_j)^2dt \qquad (5)$$

式(5)を最小とする必要条件は

$$\sum_{i=1}^{N}(\sum_{j\in J}\frac{\partial z_j}{\partial c_i}\frac{\partial z_j}{\partial c_l})\delta c_i=-\sum_{j\in J}(z_j-x_j)\frac{\partial z_j}{\partial c_l} \qquad (6)$$
$$(l=1\sim N)$$

$$\sum_{i=1}^{N}(\sum_{j\in J}\frac{\partial z_j}{\partial k_i}\frac{\partial z_j}{\partial k_l})\delta k_i=-\sum_{j\in J}(z_j-x_j)\frac{\partial z_j}{\partial k_l} \qquad (7)$$
$$(l=1\sim N)$$

式(6)、(7)はそれぞれδc_i、δk_iに関するＮ元の連立方程式であり、δc_i、δk_iについて容易に解くことができる。$\partial z_j/\partial c_i$、$\partial z_j/\partial k_i$は次のように計算できる。式(1)を$C_i$で偏微分すると

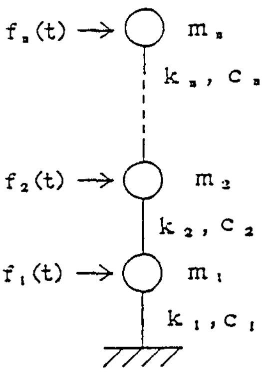
$$\mathbb{M}\frac{\partial \ddot{z}}{\partial c_i}+\mathbb{C}\frac{\partial \dot{z}}{\partial c_i}+\mathbb{K}\frac{\partial z}{\partial c_i}=-\frac{\partial \mathbb{C}}{\partial c_i}\dot{z} \qquad (8)$$
$$(i=1\sim N)$$

式(1)をk_iで偏微分すると

$$\mathbb{M}\frac{\partial \ddot{z}}{\partial k_i}+\mathbb{C}\frac{\partial \dot{z}}{\partial k_i}+\mathbb{K}\frac{\partial z}{\partial k_i}=-\frac{\partial \mathbb{K}}{\partial k_i}z \qquad (9)$$
$$(i=1\sim N)$$

式(8)、(9)は式(1)と同様にNewmarkβ法で解くことができる。計算手順の流れを示すと次のようになる。

STEP 1　c_i、k_iの初期値を推定。
STEP 2　式(1)の運動方程式を解く。
STEP 3　式(8)、(9)を解き$\partial z/\partial c_i$、$\partial z/\partial k_i$（$i=1\sim N$）を求める。
STEP 4　式(6)、(7)の連立方程式を作成し、δc_i、δk_iを計算する。
STEP 5　$\Sigma\delta c_i{}^2$、$\Sigma\delta k_i{}^2$及び$\int_0^T\sum_j(z_j-x_j)^2dt$を計算し、十分小さければ計算を打ち切る。そうでない場合には$c_i+\delta c_i\rightarrow c_i$、$k_i+\delta k_i\rightarrow k_i$としてSTEP 2に戻る。



図－1

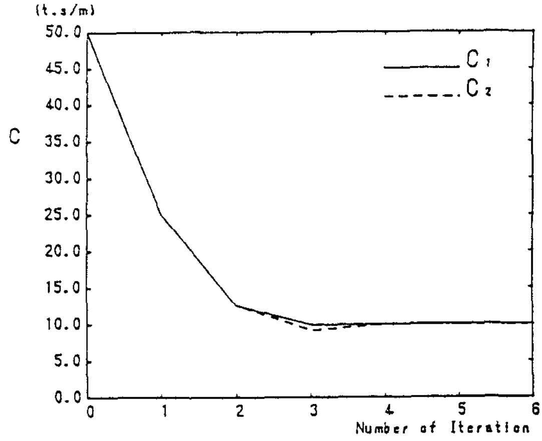
3　例題とその結果

理論式の検証を行なうため、2質点形モデルについて解析した結果を以下に示す。質点重量を $w_1=w_2=$ 50tf、減衰係数を $c_1=c_2=10$tf·s/m、ばね剛性を $k_1=k_2=3000$tf/mとして解析を行ない、その結果を測定データの替わりとして用いた。そして未知パラメータが i) c_1, c_2 のみ ii) c_1, c_2, k_1, k_2 の場合についてそれぞれ 2 で述べた手法を適用し、それらのパラメータを推定することとした。運動方程式はNewmark β 法を適用した。また、式(8)と(9)にもNewmark β 法を用い、応答の感度 $\partial z_j / \partial c_1, \partial z_j / \partial c_2, \partial z_j / \partial k_1, \partial z_j / \partial k_2$ (j=1,2)を計算している。時間刻み Δt はいずれの場合も0.02秒とした。外力は 10COS10t tfを各質点に作用させる。また、式(5)の積分は台形公式を用いた。

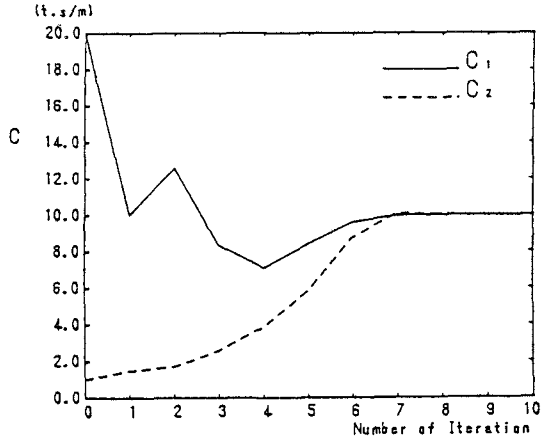
図－2(a)は初期値を $c_1=c_2=50$tf·s/mとしたときの解の収束状況を示している。また、図－2(b)は初期値を $c_1=1$tf·s/m、$c_2=50$tf·s/mと選んだときの結果である。初期値の違いにより若干の差異は見られるが、両結果から収束状況が良好であることがわかる。図－3(a),(b)は c_1, c_2, k_1, k_2 が未知であるとして、本手法を用いてそれらのパラメータを推定したものである。比較的安定した収束状況を示している。

4　おわりに

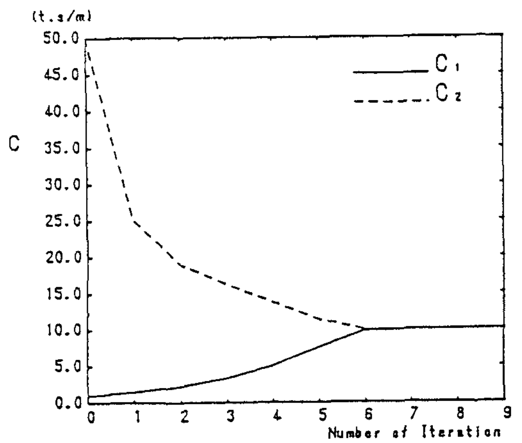
上記の例題の他にも剛体のロッキング振動、5質点モデル、10質点モデルについても本手法を用いて同定を行った。自由度が増えると、繰り返し計算の回数も増加するが、概ね収束性は良好である。



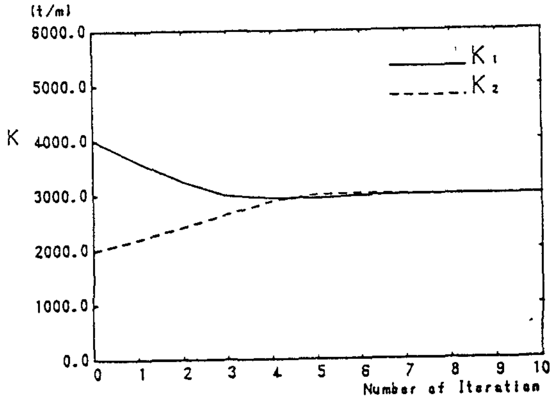
図－2　(a)



図－3　(a)



図－2　(b)



図－3　(b)