

宇都宮大学工学部 学生員 ○太田清文

宇都宮大学工学部 正 員 中島章典、阿部英彦

1、はじめに

圧縮軸力を受けている柱などが動的な外力を受けると、座屈荷重より小さい圧縮軸力作用下で、動的な外力による変形のために、柱が不安定となる場合がある。このような静的不安定性を有する1自由度系の動的破壊を規定する応答量は、動的な外力によるエネルギー入力より履歴減衰エネルギーを差し引いた有効エネルギー入力であることが明らかにされている¹⁾。しかし、多自由度系では複数のばねによって吸収エネルギーが配分されるために、その挙動は複雑になり、動的破壊基準も1自由度系の場合と異なることが考えられる。そこで、多自由度系として最も基本的な2自由度系を対象として、数値計算をもとに、このような動的破壊が生じる場合の破壊モードとエネルギー応答量の関係などを検討した。

2、運動方程式

図1のような、静的荷重 P が作用し、質点(質量 m_1, m_2)、剛棒(長さ l_1, l_2)、回転ばね(ばね定数 k_1, k_2)よりなる2自由度系に水平方向の動的な外力(f_1, f_2)が作用するときの運動方程式は、幾何学的非線形性および減衰を無視すると次のようになる。

$$\begin{aligned} l_1 m_1 \ddot{x}_1 + (l_1 + l_2) m_2 \ddot{x}_2 + R_1 &= P_2 x_2 + l_1 f_1 + (l_1 + l_2) f_2 \\ l_2 m_2 \ddot{x}_2 &+ R_2 = P_2 (x_2 - x_1) + l_2 f_2 \end{aligned} \quad (1)$$

ここに、 R_1, R_2 は回転ばねの復元モーメントであり、その特性を図2に示す完全弾塑性型であるとする。式(1)をマトリックス形で書き改めれば、

$$\mathbf{L} \mathbf{M} \ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{R} - \mathbf{P} \mathbf{X} = \mathbf{L} \mathbf{F} \quad (2)$$

となる。ここで、ばねが弾性域にあるとし、 $\mathbf{R} = \mathbf{K} \boldsymbol{\theta}$ および $\boldsymbol{\theta} = \mathbf{L}^{-1} \mathbf{X}$ の関係を用いれば、上式は、

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{L}^{-1} \{ \mathbf{K} (\mathbf{L}^T)^{-1} - \mathbf{P} \} \mathbf{X} = \mathbf{F} \quad (3)$$

と表される。これは通常の運動方程式と同形であり、数値積分による弾塑性動的応答解析が可能である。上式の第2項が系の復元力を示す。

3、動的破壊モード

2自由度系の動的破壊モードは、塑性化がばね1のみに集中する場合、ばね2のみに集中する場合およびばね1、2の両方が塑性化する場合が考えられる。式(3)左辺第2項の系の復元力において $k_1 = k, k_2 = \eta k, P_2 = \alpha k / l, x_2 = \mu x_1$ として、塑性化がばね1のみに集中する場合の系の復元力特性を示すと、 R_1', R_2' について図3(a)、(b)のようになる。図に示す K_b と K_e は、 $|K_b| > |K_e|$ であるから、 R_1' の復元力がゼロとなる変位 $x_1 = x_{cr}$ において、系の吸収可能なひずみエネルギーは最大になる。つまり、1自由度系の場合と同様に x_{cr} が限界変位であり、このときまでの吸収可能なひずみエネルギーは、

$$\begin{aligned} E_{su} = E_1 + E_2 = E_y \left\{ \frac{1}{(\mu - 2)(2\eta - \alpha)} - 1 \right. \\ \left. + \frac{(\mu - 2)(\eta - \alpha) - \alpha}{(\mu - 2)^2(2\eta - \alpha)^2} \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

と表される。ここに、 E_y は、ばね1が降伏するときの弾性限ひずみエネルギーであり、 $E_y = k(x_y / l)^2 / 2$ と表される。

塑性化がばね2のみに集中する場合および両方のばねが塑性化

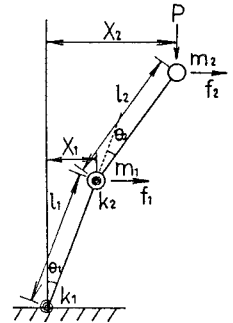


図1 2自由度モデル

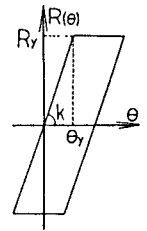


図2 回転ばねの復元力特性

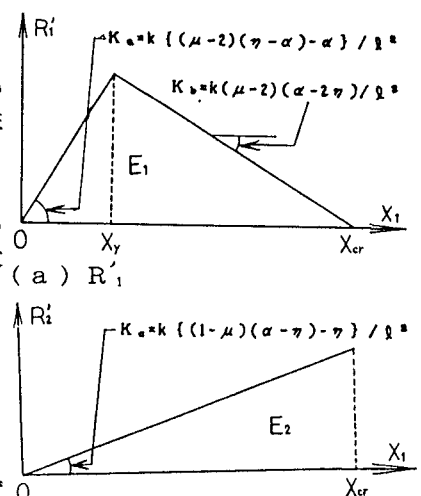
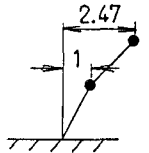
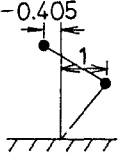


図3 系の復元力特性

表1 解析モデルの諸元と固有振動数、振動モード

$k_1 = k_2 = 200 \text{ (N/m)}$	$\omega_1 = 0.136 \text{ (rad/s)}$	$\omega_2 = 0.939 \text{ (rad/s)}$
$m_1 = m_2 = 5.0 \text{ (kg)}$		
$\xi_1 = \xi_2 = 5 \text{ (\%)}$		
$P = 5 \text{ (N)}$		
$P_{cr} = 15.3 \text{ (N)}$		

する場合の吸収可能な最大ひずみエネルギーも同様に求めることができる。

4、数値計算

ニューマークの β 法とニュートンラフソン法を併用した数値計算法により、パラメトリック解析を行い動的応答量を求める。特に、1自由度系の場合の結果をもとに、動的終局状態までの有効エネルギー入力 E_e （動的外力によるエネルギー入力から履歴減衰エネルギーを差し引いたエネルギー）を求め、前述した吸収可能な最大ひずみエネルギーと比較する。ここでは、塑性化がばね1のみに集中するモデルについて検討する。このモデルの諸元および固有振動数、振動モードを表1に示す。また、動的外力は質点1、2に同じ正弦波外力が作用する場合を考える。

(1) 静的荷重比の影響

図4は、円振動数 ω が1次の固有円振動数に等しい正弦波外力が作用する場合について、数値計算から求まる有効エネルギー入力と静的荷重比 α の関係を示している。縦軸が有効エネルギー入力 E_e を弾性限ひずみエネルギー E_y で無次元化して表し、横軸が静的荷重比 α である。動的外力の振幅を変えても有効エネルギー入力はほぼ一定値となり、静的荷重比が大きくなるほどその値は減少することがわかる。一方、式(4)に α 等を代入して最大ひずみエネルギーが有効エネルギー入力に一致するように μ を仮定すると、 α の大きさにつれて μ が変化する。したがって、両エネルギーが一致するように μ を定めた場合の α と μ の関係を図5に示す。この図と図4を利用すれば任意の静的荷重比をもつ系の有効エネルギー入力を式(4)より推定することができる。

(2) 動的外力の円振動数の影響

図6は、正弦波外力の円振動数を0~1.4rad/sに変化させた場合の円振動数と有効エネルギー入力の関係を示したものである。1次の固有円振動数の近傍では、有効エネルギー入力は共振点における値にほぼ一致する。しかし、2次の固有円振動数の領域に近づくにつれて、有効エネルギー入力がしだいに大きくなっている。これは、正弦波外力の円振動数が2次の固有円振動数に近づくにつれて、破壊モードが、ばね2に塑性化が集中するモードに移行するためである。

最後に、この研究は科学研究費の補助を受けたことを付記する。

《参考文献》 1) 中島他: Dynamic failure of structures ~、土木学会論文集、No.386/I-8, 1987, 10

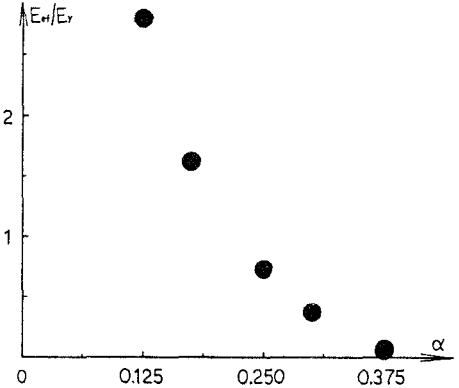


図4 静的荷重比と有効エネルギー入力の関係

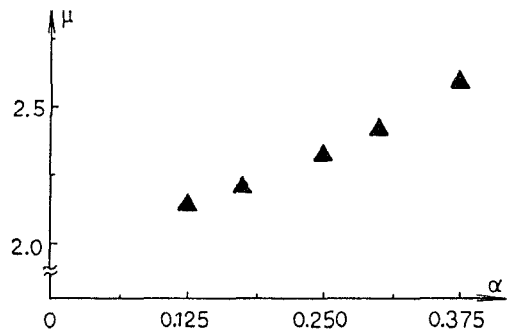


図5 静的荷重比 α と μ の関係

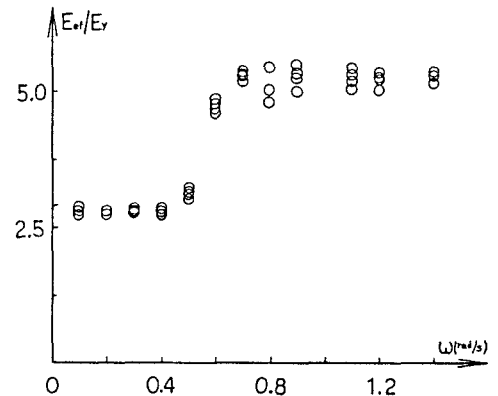


図6 動的外力の円振動数と有効エネルギー入力の関係