

東洋大学 正会員 赤木 俊允 ○石田 哲朗

1. まえがき これまでに、採取したシンウォールチューブ試料を直接用いる水平方向透水試験機を開発・提案してきた¹⁾⁻³⁾。また、その試験機のもつ浸透条件から透水係数は式(1)によって算出でき、算定式中の流線網から定まる形状係数 α について解析し報告した。^{2), 3)} $k_h = Q / (h \cdot d) \cdot \alpha (=Nd/Nf) \dots (1)$, 流量 Q , 水頭差 h , 試料長 d である。本報告では、これまでに示した α の値の精度, 妥当性をさらに検討するために、複素関数論を利用した理論解法と均一異方性地盤を想定した数値解析結果を報告する。

2. 水平方向透水試験機での浸透領域 試験装置を写真1に示す。試験装置の器具, 組立て方についての詳細は文献2)を参照されたい。浸透問題に関わる流の場は円形断面のチューブで直径の両端に位置するチューブ側面の小孔群(1mm ϕ , 2.5mm 間隔)の一方からある一定水圧の水が供給され流出口からの流量は一区間10cmの長さの各区間で測定される(図1, A $\rightarrow$ B)。境界内でダルシーの法則が成り立ち試料が均一等方性ならば式(1)によって透水係数が算出され、そのときの流線網は図1のようになる。

3. 複素関数論による解法 古くから流体力学に应用されている複素関数論で複素平面の写像の考え方を利用すると、図2の円柱を過ぎる一様流が思いつく。円形チューブの断面上の二次元の流れにおいて円形の境界線は一つの流線となる。この境界条件を満足するような写像関数は次式で示される。

$$z = \zeta + \frac{a^2}{\bar{\zeta}} \dots (2)$$

ここで、 a は半径を示す。式(2)に $\zeta = ae^{i\theta}$ を代入すると、

$$z = ae^{i\theta} + \frac{a}{e^{i\theta}} = a(e^{i\theta} + e^{-i\theta}) = 2a \cos \theta$$

となり、 z 面上では実軸上の $4a$ の長さに対応していることが分かる。そこで、図3に示すように原点から $2a$, $-2a$ 離れたところにそれぞれ吹き出し点, 吸い込み点がある流れを考えると複素ポテンシャルは次の形で与えられる。

$$W = m \log \frac{z+2a}{z-2a} \dots (3)$$

式(3)に式(2)を代入し、定数 C を $\zeta=0$, $W=0$ から $C=-2\pi m i$ と求め整理すると、

$$W = 2m \left(\log \frac{\zeta + a}{\zeta - a} - i\pi \right) \dots (4)$$

式(4)を変形して $W = \phi + i\psi$, $a=1$, $\zeta=re^{i\theta}$ とおくと、

$$\frac{1+re^{i\theta}}{1-re^{i\theta}} = e^{\phi+i\psi} \dots (5)$$

さらに、吹き出し点で1, 吸い込み点で0のポテンシャルになるように図4の実軸上に点を取り特異点を処理し、無次元化すると次のようになる。

$$\frac{1+re^{i\theta}}{1-re^{i\theta}} = e^{2 \cdot 5.29(\phi - 1/2) + i3/2 \pi \psi} \dots (6)$$

ここで、5.29は $re^{i\theta}=0.99$ から与えられる。式(6)を実部, 虚部に分けて連立一次方程式を解くと $\phi(x,y)=\text{const.}$, $\psi(x,y)=\text{const.}$ を求められる。

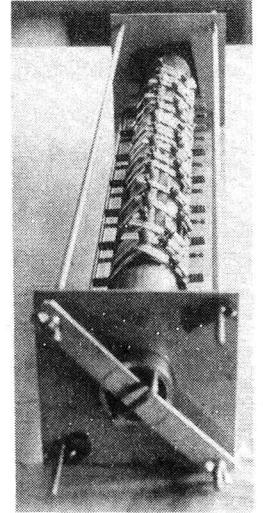


写真1 試験装置

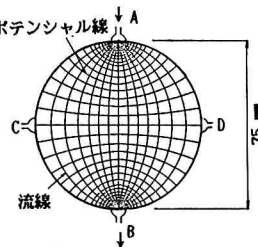


図1 チューブ内の流れの場

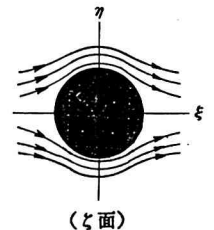


図2 円柱を過ぎる流れ

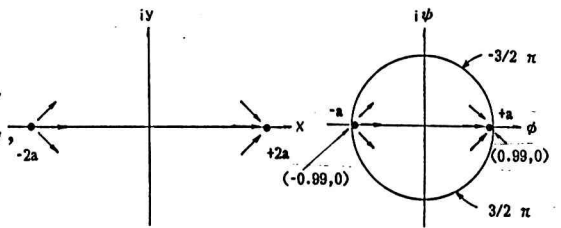


図3 吹き出し点と吸い込み点 (z面)

図4 吹き出し点と吸い込み点 (W面)

4. 均一異方性地盤 図5に示した平面二次元浸透流でX-Y面の流れについて考える。任意に開けた流出入口で、流入口から流出口に向かう方向(図1, A→B)に対して直交する方向(C→D)が10倍の透水性を示すとき、反対に10分の1の状態の二例につき解析した。解析手法は境界要素法である。節点数は116, 離散化するための境界要素の取り方には一定要素を用いている。

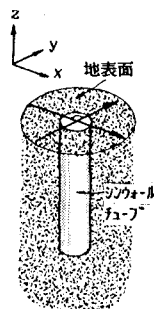


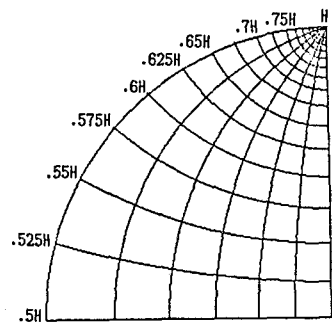
図5 平面二次元浸透流

5. 解析結果 前報²⁾と同様に、与えられた等ポテンシャル線に対して流線間隔が最も正方形に近い形になるようにパソコンによって計算・作図した。そのときの計算条件は四角形が円に外接するための必要十分条件, 二組の対辺の和が等しくなるように試行させ、任意に整数分割したNdに対してNfも4分の1円の領域で整数または0.5刻みで完了するまで繰返させている。等角写像理論の解析では $\phi(x,y)=const.$ の座標を求めてポテンシャル線を描き、前述した方法によって作図した。図6(a)は式(6)に示したように $re^{i\theta}=0.99$ を与えた結果で、(b)は $re^{i\theta}=0.999$ を代入した解析結果である。Ndの分割数は異なるが、視覚的にほとんど変わらないように見える同一ポテンシャルの位置が、計算機結果によると形状係数 α は異なることが分かる。図7には均一異方性地盤を想定した解析結果を示す。10倍の異方性を示す均一地盤でもオーダーは変わらない。(b)の変換断面でポテンシャルは流入口付近に凝縮し、0.5~0.5125Hの等区間は円が内接するようには見えないがアースダム堤体内の流線網も同様な形状を示すことからそのまま採用した。

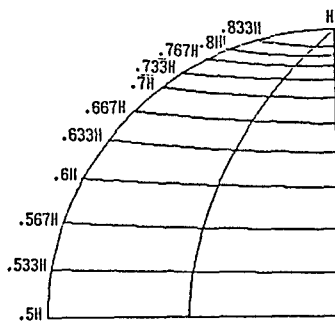
6. むすび これまでに示した均一等方性地盤上の解析結果で、^{2), 3)}理論解析条件が実際上の条件とほぼ等しいケースの形状係数 α は差分法4, 境界要素法4.3であり、解析条件を変えた場合にも3~4程度の値を示した。これらの結果と本報告の値に基づき、理論上と実際上の条件の相異を考慮すれば、透水係数の算定に必要な形状係数 α は4程度とみなしても差支えないと考えられる。よって、式(1)は次式となる。

$$k_h = 4 \cdot Q / (h \cdot d) \quad (7)$$

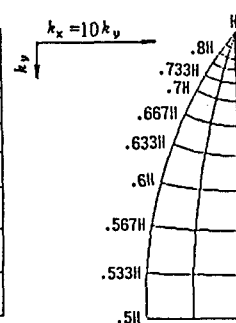
参考文献 1) 赤木：軟弱粘土層の水平方向透水係数の測定(第一報), 土木学会年次講演会, III-320, 1981. 2) 赤木・松沢：軟弱粘土層の水平方向透水係数の測定(第三報), 土質工学会研究発表会, 75, 1984. 3) 赤木・石田：水平方向透水試験における浸透流解析, 土質工学会研究発表会, 633, 1986.



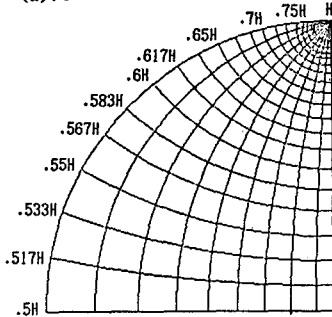
(a) $re^{i\theta}=0.99, Nd=40, Nf=12, \alpha=3.33$



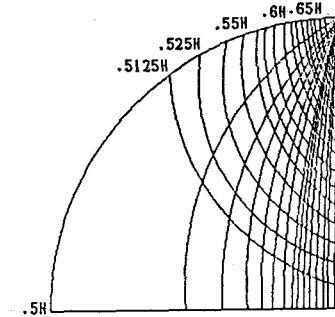
(a) $k_x=10k_y, Nd=30, Nf=4, \alpha=7.5$



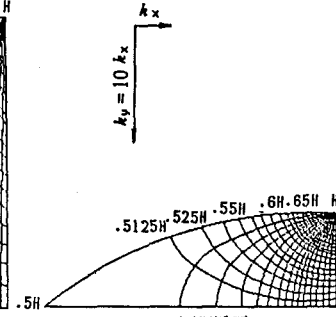
変換断面



(b) $re^{i\theta}=0.999, Nd=60, Nf=17, \alpha=3.53$



(b) $k_y=10k_x, Nd=80, Nf=30, \alpha=2.67$



変換断面

図6 等角写像理論での流線網

図7 均一異方性地盤(境界要素法)での流線網