

(Ⅱ - 33) 開水路における Bingham 流体流の流速分布

山梨大学工学部 正会員 宮沢 直季

山梨大学工学部 正会員 荻原 能男

1. はじめに

土石流の流動機構を解明することは防災上重要な問題であり、その流動を適確に記述するモデルを確立する必要がある。従来、土石流について dilatant 流体的、Bingham 流体的取り扱いで比較的多くの研究がなされているが、どちらのモデルが有効であるか明確でない。特に、Bingham 流体流については層流流動に対して理論でも実験でも明らかにされているが¹⁾、乱流流動に対してはまだ研究が少ないのが現状である。本研究では、Bingham 流体としての取り扱いより乱流の開水路での流速分布を理論的に求めることを目的とする。

2. 理論解析

FIG.1 のように底面こう配 θ の水路において Bingham 流体が定常的に等流乱流状態で流下するものとする。流体は非圧縮性で y 方向の速度は無視する。本理論では底面と栓流近傍に層流底層が存在すると仮定し、底面側の層流底層厚を δs 、栓流側を δf とする。せん断応力分布は、 hm を等流水深、 τ_0 を底面せん断応力、 τ_f を降伏応力、 hf を底面から栓流までの高さとし、次のように仮定する。

$$\tau = (1 - y/hm) \cdot \tau_0 \quad [\quad \tau_f = (1 - hf/hm) \cdot \tau_0 \quad] \quad (1)$$

まず、層流底層内では、分子粘性の作用が支配的で $\tau = \eta p l \cdot du/dy + \tau_f$ (ただし、 $\eta p l$ = 塑性粘度)

・・・(2) から流速分布を求めると次のように書くことができる。

$$\text{底面側の層流底層内で } u/U^* = (U^* \delta s \rho_m / \eta p l) \cdot hm / \delta s \cdot y/hm \cdot (hf/hm - 0.5 \cdot y/hm) \quad (3)$$

$$\text{栓流側の層流底層内で } u/U^* = U_0/U^* - 0.5 \cdot (U^* \delta f \rho_m / \eta p l) \cdot hm / \delta f \cdot (hf/hm - y/hm)^2 \quad (4)$$

ただし、 $U^* = \sqrt{\tau_0 / \rho_m}$: 摩擦速度、 $\rho_m = \rho_w + (\rho_b - \rho_w) \cdot C$: 混合流体の密度、 ρ_w = 水の密度、
 ρ_b = 粒子の密度、 C = 体積濃度、 U_0 = 栓流の流速

次に、層流底層の外側では、乱流運動が卓越し、Prandtl の混合距離理論 $\tau = \rho_m l^2 |du/dy| du/dy$ ・・・
 (5) から流速分布を求める。ここで混合距離 l は渦の大きさを示すが、本理論では底面および栓流近傍の乱流運動は拘束されるから、 κ を Karman 定数として次のように仮定する。

$$l = \kappa y (1 - y/hf) \quad (6)$$

この混合距離を式(5)に代入し、式(1)と等しい置き、 $y = \delta s$ (底面側の層流底層厚)で層流底層の流速分布と接続しなければならない条件より流速分布を求めると次のように書くことができる。

$$\begin{aligned} \frac{u}{U^*} = \frac{1}{\kappa} \log \left\{ \frac{1 - \sqrt{1 - y/hm}}{1 + \sqrt{1 - y/hm}} \cdot \frac{1 + \sqrt{1 - \delta s/hm}}{1 - \sqrt{1 - \delta s/hm}} \cdot \left(\frac{\sqrt{1 - y/hm} + \sqrt{1 - hf/hm}}{\sqrt{1 - y/hm} - \sqrt{1 - hf/hm}} \right. \right. \\ \left. \left. \times \frac{\sqrt{1 - \delta s/hm} - \sqrt{1 - hf/hm}}{\sqrt{1 - \delta s/hm} + \sqrt{1 - hf/hm}} \right) \sqrt{1 - hf/hm} \right\} + \frac{U^* \delta s \rho_m}{\eta p l} \left(\frac{hf}{hm} - 0.5 \frac{\delta s}{hm} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

さらに $y = hf - \delta f$ で上式は栓流側の層流底層の流速分布と接続しなければならない条件より流速分布を求めると次のように書くことができる。

$$\begin{aligned} \frac{u}{U^*} = \frac{U_0}{U^*} + \frac{1}{\kappa} \log \left\{ \frac{1 - \sqrt{1 - y/hm}}{1 + \sqrt{1 - y/hm}} \cdot \frac{1 + \sqrt{1 - (hf - \delta f)/hm}}{1 - \sqrt{1 - (hf - \delta f)/hm}} \cdot \left(\frac{\sqrt{1 - y/hm} + \sqrt{1 - hf/hm}}{\sqrt{1 - y/hm} - \sqrt{1 - hf/hm}} \right. \right. \\ \left. \left. \times \frac{\sqrt{1 - (hf - \delta f)/hm} - \sqrt{1 - hf/hm}}{\sqrt{1 - (hf - \delta f)/hm} + \sqrt{1 - hf/hm}} \right) \sqrt{1 - hf/hm} \right\} - 0.5 \frac{U^* \delta f \rho_m}{\eta p l} \cdot \frac{\delta f}{hm} \end{aligned} \quad (8)$$

FIG.2、FIG.3、FIG.4 は、式(7)を y/hm 、 $\delta s/hm$ 、 hf/hm をパラメータとして図示したものである。ただし、Karman 定数 κ および $r = U^* \delta s \rho_m / \eta p l$ は、Newton 流体(水)の Nikuradse の実験値 0.4 と 11.6 を与えた。特に、FIG.4 では従来の理論との比較を示したが、従来の理論は²⁾、Prandtl の仮定 $l = \kappa y$ とせん断応力 = 底面せん断応力の仮定から導かれており、当然のことながら本理論の流速分布は層流底層の薄い底面近傍のところで従

来の理論式と一致する。

3. 終わりに

本研究では、開水路における Bingham 流体流について式(6)の混合距離の仮定より流速分布を式(7)、式(8)のように求め、従来の理論との比較を行った。さらに実験結果との対応から本理論の妥当性、適合性を検討中である。

参考文献: 1)山岡、藤田、長谷川、星;火山灰、軽石の集合流動(泥流)の発生領域と防災計画に関する研究—流路工内を流れる泥流の平均流速に関する実験,文部省科学研究費研究成果報告書,pp4~19,昭和56年
2)木間仁著;標準水理学,丸善,pp78~86

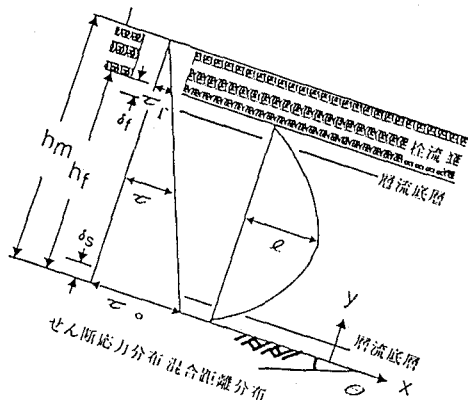


FIG.1 A model used for theoretical analysis.

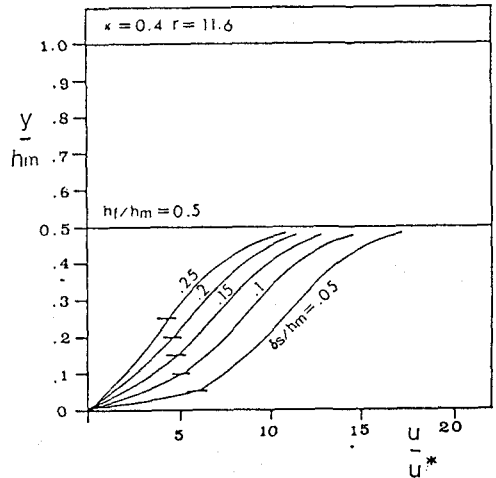


FIG.2 Velocity distribution of formula (7). [$h_f/h_m=0.5$ $\kappa=0.4$ $r=11.6$]

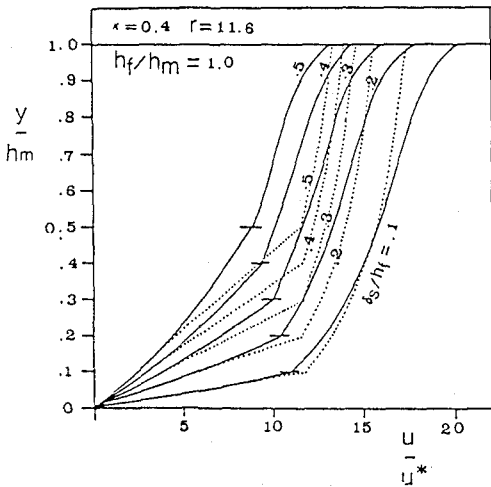


FIG.4 Velocity distribution of formula (7). [$h_f/h_m=1.0$ $\kappa=0.4$ $r=11.6$]

Dot lines are classical theory curves.

$$u/u^* = (1/\kappa) \log(y/h_m \cdot h_m/\delta_s) + r \quad [\kappa=0.4 \quad r=11.6]$$

$$\text{Viscous sublayer } u/u^* = r \cdot h_m/\delta_s \cdot y/h_m \quad [r=11.6]$$

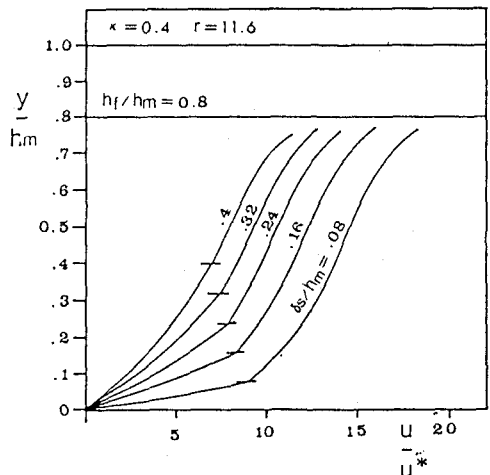


FIG.3 Velocity distribution of formula (7). [$h_f/h_m=0.8$ $\kappa=0.4$ $r=11.6$]