（Ｉ－５）　横つなぎ材を有する薄肉開断面梁の挙動

早稲田大学大学院　学生員 ○ 細谷　功
早稲田大学理工学部　正　員　平嶋　政治
早稲田大学理工学部　正　員　依田　照彦

１．まえがき

薄肉開断面梁は、横構・対傾構等の横つなぎ材によりねじり及び断面変形に対する剛度を高めることができることが知られている。横つなぎ材の解析には通常、有限要素法等による立体解析が使用されているが、パラメータ解析には不向きであるとされている。本報告は、一次元棒理論で横つなぎ材を有する薄肉開断面梁を一体解析し、横つなぎ材の補剛効果を合理的に評価する手法を提示するものである。

２．座標系と面内変位モード

解析の対象は図１に示す断面をもつ梁である。ここでは、座標系として断面図心Ｏを原点とし対称軸をｙ軸とする直交デカルト座標系（ｘ，ｙ，ｚ）と直交曲線座標系（ｓ，ｎ，ｚ）の２つを用いる。断面変形に対する自由度はこの断面では２であるが、単純化ならびに横構のみの効果を考え、図２ d）の断面変形のみを考える。

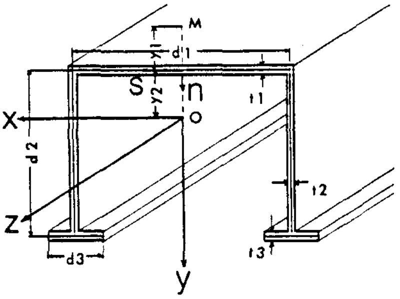


図　1　断面形状と座標系

３．断面変形に関する支配方程式とその伝達マトリックス

支配方程式を誘導するにあたって、棒部材中のひずみ分布を

1）板厚方向の伸縮は無視する。
2）板厚中心線の伸縮は無視する。
3）断面内においては板厚中心線に垂直な線素は変形後も板厚中心線に対して直角を保つ。

と仮定する[1]。この仮定と図２のモードより、断面の任意点でのｘ，ｙ，ｚ方向変位ｕ，ｖ，ｗは次式で表わせる。

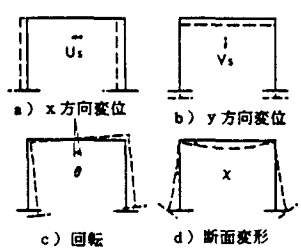


図　2　面内変位モード

$$\left.\begin{aligned} u &= u_s-(y_1+y_2+y)\theta+\left(m+k\frac{\ell-\ell^2}{2}\right)(y_2+y)\chi+\left\{k\frac{(\ell^2-\ell)d_2 J_1}{3d_1 J_2}(d_2+n)-m\alpha-\ell n\dot{\alpha}\right\}\chi \\ v &= v_s+x\theta+\frac{\ell-\ell^2}{2}\left(kx-\frac{d_1}{2}\right)\chi+(\ell\alpha-mn\dot{\alpha}+nm^2)\chi \\ w &= w_c-x u_s'-y v_s'-\omega\theta'-\omega_1\chi' \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

ただし、$k=\begin{cases} 1 & (x\geqq 0) \\ -1 & (x<0) \end{cases}$、（˙）はｓに関する微分、（´）はｚに関する微分

u_s, v_s, w_c, θ は図心Ｏのｘ，ｙ，ｚ方向剛体変位及び剛体回転角、χ は断面変形角であり、ℓ, m は $\ell=\cos(s,x)$, $m=\cos(s,y)$ で定義される方向余弦、ω, ω_1, はねじり及び断面変形の単位そり関数、α はｓに関する３次関数[2]、J_1, J_2 は単位幅当りの断面２次モーメントである。

式（１）の変位場を用い、梁に対して仮想仕事式をたてると５本の釣り合い方程式が求まる。この式に断面力と変位の関係式を代入すると、変位表示の釣り合い方程式が得られ、断面変形に関する式は次式となる。

$$EI_{w1w1}\chi^{IV} - GJ_s\chi'' + EI_{\alpha}\chi = m_{\Omega} + m_{w1}' \qquad (2)$$

ここにI_{w1w1}, J_s, I_{α} は断面形状によって決まる定数、Eはヤング係数、Gはせん断弾性係数、m_{Ω}, m_{w1}は梁に作用する外力の項である。

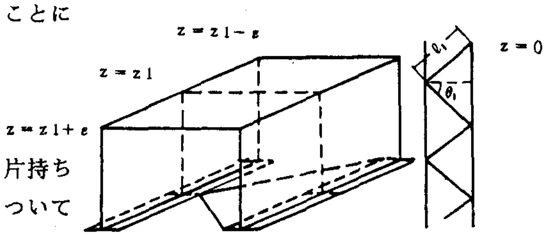
式(2)を初期パラメータχ_0, χ_0', B_0, H_0 (ただしB, Hは縦方向及び横方向のバイモーメント)を用いて解けば、表1のような伝達マトリックスが得られる。

表 1 伝達マトリックス

	χ_0	χ_0'	B_0	H_0
χ	$K_{\chi\chi}$	$K_{\chi\chi'}$	$K_{\chi B}$	$K_{\chi H}$
χ'	$K_{\chi'\chi}$	$K_{\chi'\chi'}$	$K_{\chi' B}$	$K_{\chi' H}$
B	$K_{B\chi}$	$K_{B\chi'}$	K_{BB}	K_{BH}
H	$K_{H\chi}$	$K_{H\chi'}$	K_{HB}	K_{HH}

4. 横構の効果とバイモーメント

横構の影響を一次元棒理論で考慮するため、横構と梁の接合部付近をとりだし、図3 a) の横構の影響を外力とみなし、仮想仕事式をたてる。εを$\varepsilon\to0$とし、接合部に集約することによって横構が梁に及ぼす影響を等価なバイモーメントに置き換えられる。さらに横構と梁の変位の適合条件式を用いることにより、変位表示のバイモーメントの式が求まる。



a) z1付近の状態　　b) 横構の配置

図 3 横構を有する梁

5. 数値計算

図1に示した断面に横構を図3 b) のように配置した片持ち梁の自由端に横方向バイモーメントを作用させた場合について解析する。断面形状を $d_1=120$cm, $d_2=90$cm, $d_3=30$cm, $t_1=1.2$cm, $t_2=0.9$cm, $t_3=1.2$cm, $L=2000$cm とし、断面積2cm^{2}の横構の本数KをK＝0～10まで変化させて計算を行った。作用させた横方向バイモーメントの大きさは、3.6×10^4kg･cmである。横構の梁に及ぼす影響を表わすバイモーメントは、端部で$H1^*$、中間部で$H2^*$と表わせる。

$$\left.\begin{aligned} H1^* &= \frac{2d_2^2 E F\cos^2\theta_1}{\ell_1}\left(1+\frac{2d_2 J_1}{3d_1 J_2}\right)^2 \chi(z_1) \\ H2^* &= \frac{4d_2^2 E F\cos^2\theta_1}{\ell_1}\left(1+\frac{2d_2 J_1}{3d_1 J_2}\right)^2 \chi(z_2) \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

ここに、Fは横構の断面積である。

この$H1^*$, $H2^*$と表1の伝達マトリックスを用いて梁を解くと、x方向変位は図4のように、そりは図5のようになる。

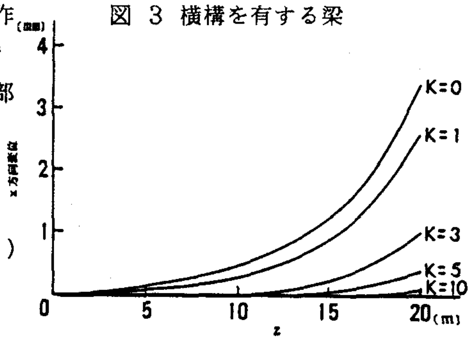


図 4 x方向変位

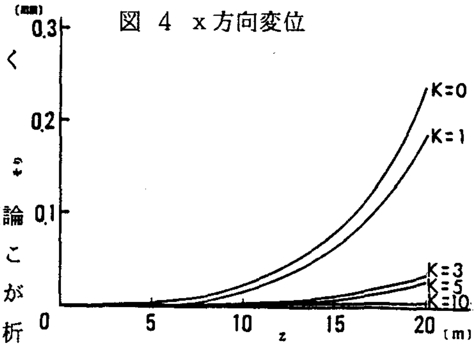


図 5 そり

6. あとがき

以上の結果より、伝達マトリックス法を用いた一次元棒理論で、横構を有する薄肉開断面梁の挙動を調べることができることがわかった。対傾構についても同様の手法で取り扱うことができるので、横つなぎ材の必要剛度の算定等のパラメータ解析に本手法が有効であることがわかる。

<参考文献>

1) Vlasov.V.Z.著(奥村他外訳)：薄肉弾性梁の理論, 技報堂, 1967.

2) 西野・長谷川・名取：断面変形とせん断変形を考慮した長方形薄肉梁の理論
土木学会論文報告集 No.248, 1976.4.