(Ⅳ－３)

非線形走行時間を考慮した最適道路建設問題に関する研究

早稲田大学　学生員　片山　直登
早稲田大学　　　　　春日井　博

1.はじめに

自動車等の交通量の増大に伴う通勤，輸送における交通渋滞の緩和に対して，道路の建設による交通容量の増強がある。この問題に対して，どの道路区間を建設すれば最も効率よく交通需要を処理できるかという問題があり，一般的には，多品種流ネットワークデザイン問題として知られており，分枝限定法を用いた研究，優越解を用いた近似解法，分解原理を用いた研究,非線形計画法を用いた研究([3]等)の研究がある。

本研究では，建設車線を0-1整数とした問題である非線形整数ネットワークデザイン問題に対して建設費用が凹関数で微分不可能である問題として定式化し，凹関数微分不可能問題の解法を用いた解法を提案する。

2.モデルの定式化

限られた建設費用の中で道路網内の各ノード間の各交通の走行時間の総和である総走行時間を最小とするようなリンクの車線の建設を行なう区間の決定を行う。モデルの前提条件としては，1)各ノード間の交通量は，ＯＤ交通として与えた交通量に従う。 2) 個々の交通は，道路網内において，走行時間が最小となるような経路を走行する。 3) リンク走行時間は，リンクの交通量の増加に伴って増加する。 4) リンク走行時間は，リンクの車線数が多くなれば減少する。 5) リンク増設及び新設は，車線単位で１車線までの建設のみとする。

ノード集合Ｎとリンク集合Ｌを持ち，各ノード間に異なったＯＤ交通Ｑが存在する道路網に対するリンク建設問題を考える。この問題に関する定式化は，次のように表わされる。

$$\min \sum_{l\in L} f_l(x_l, y_l) \qquad (1)$$

$$\text{st} \quad \sum_{l\in A_j} y_{l,s} - \sum_{l\in B_j} y_{l,s} = D_{j,s} \quad j\in N,\ s\in Q,\ j\neq s \qquad (2) \qquad \sum_{s\in Q} y_{l,s} = y_l \quad l\in L \qquad (3)$$

$$\sum_{l\in L} e_l x_l \leqq C \qquad (4)$$

$$0\leqq x_l \leqq x'_l \quad x_l:\text{integer}, l\in L,\ y_{l,s}\geqq 0 \quad l\in L \quad s\in Q,\ y_l\geqq 0 \quad l\in L \qquad (5)$$

$f_l(x_l,y_l)$：リンクlに関する総走行時間関数　$D_{j,s}$：ＯＤ交通Ｑでjを出先とする交通量

A_j：ノードjから出るリンクの集合　B_j：ノードjに入るリンクの集合

x_l：リンクlに建設する車線数（0-1整数）　x'_l：リンクlに建設可能な車線数（0-1整数）

y_l：リンクlを通る交通量　$y_{l,s}$：ＯＤ交通sの内，リンクlを通る交通量

s：ＯＤ交通　e_l：リンクlの建設費用

Ｃ：総建設費用

(1)式は，目的関数で道路網内の総走行時間を表わす。$f_l(x_l,y_l)$は，リンクlの総走行時間である。この$f_l(x_l,y_l)$は，交通量ｙに関して凸で単調増加の関数で微分可能，リンク建設車線数ｘに関して単調減少な関数とする。(2)，(3)式は，ＯＤ交通Ｑが与えられたときの整合条件，(4)式は，総建設費用の制限，(5)式は，リンクlに建設可能な最大の車線数等を表わす。

3.建設費用関数と走行時間関数

Ａbdulaalらによって，建設費用を交通容量に対して凹関数を用いることによって得られる解が近似的に整数解であることが示されている。本研究では，建設費用関数の0-1整数条件を凹で微分不可能な関数に緩和することによって，整数解を得ようとするものである。そこで，(4)式の建設費用の制限を次のような凹で微分不可能な関数に置き換える。

$$\sum_{l\in L} g(x_l) \leqq C \qquad \text{但し，} g(x_l) = \begin{cases} x_l/\delta & 0\leqq x_l \leqq \delta \\ 1 & \delta < x_l \leqq 1 \end{cases} \qquad (6) \qquad \delta:\text{小さい正数}$$

リンク走行時間関数は，交通量yに関して凸で単調増加の関数で微分可能，リンク建設車線数xに関して単調減少な関数であれば良いが，ここでは(7)式を用いる。

$$f_l(x_l,y_l)=a_l\cdot\{y_l/c_l\cdot(d_l+x_l)\}^5+b_l\cdot y_l \qquad (7)$$

d_l：リンクlの既存車線数　　　c_l：リンクlの車線当たりの実用交通容量

a_l，b_l：定数

4.解法

(1)式を目的関数とし，(2),(3),(5),(6)式を制約式とする非線形問題を解くのであるが，簡単には解けないので，(2),(3)式を緩和した問題で(6)式をペナルティー関数として目的関数に組み込んだ問題を作る。

$$\min \sum_{l\in L} f_l(x_l,y_l)-\lambda(\max\{\sum_{l\in L} g(x_l)-C,\ 0\}) \qquad (8)$$

これは，制約式を持たない問題となるので比較的容易に解くことが可能[4]となるが，(2),(3)式を緩和しているので，最適解を得ることはできない。交通量yは建設車線数xが決まれば陰的に求まる変数であるので，xの関数であるとみなされる。そこで，(8)式を解く際の反復中のxを用いて，yだけが変数である(1)式を目的関数とし，(2),(3)式を制約とする交通量配分問題([1]等)を解けば良いことになる。

しかし，問題の規模が大きい場合，非線形問題の変数であるxの数はそれほど大きくはならないが，交通量配分の変数であるyの数が増大するので，xの反復ごとに交通量配分を行うことは計算量が増大することになる。そこで，交通量配分は適当なところのみで行うことが必要となる。

・アルゴリズム

Step1.実行可能解$x^1{}_1$及びε,θを決める。$x^0{}_* := -\infty, k:=1, j:=1$

Step2.xを$x^k{}_j$とした交通量配分問題を解きy^kを求める。

Step3.yをy^kとした非線形問題の次の可能解を求め，$x^k{}_{j+1}$とする。

Step4.$|x^k{}_j - x^k{}_{j+1}| \leqq \theta$であれば　$x^k{}_* := x^k{}_j$，$k:=k+1$としてStep5へ，そうでなければ　$j:=j+1$として
Step3へ。

Step5.$|x^k{}_* - x^{k+1}{}_*| \leqq \varepsilon$であれば終了，そうでなければ　$j:=1$としてStep2へ。

5.終わりに

最適道路区間決定問題に対して凹で微分不可能な建設費用関数を用いた厳密解法を提案した。

参　考　文　献

[1]Fukushima M.:"A Nonsmooth Optimization Approach to Nonlinear Multicommodity Network Flow problem," J.Oper.Res.Soc.Jpn, pp.151-177, Vol.27, No.2,(1984)

[2]Hoc H.h.:"Topological Optimization of Networks: A Nonlinear Mixed Integer Model Employing Generalized Benders Decomposition," Inst.Electr.Electron.Eng.Trans.Autom.Control, pp.164-169, Vol.AC-27, No.1,(1982)

[3]Abdulaal M.,LeBlanc L.J.:"Continuous Equilibrium Network Design Models," Transpn Res., pp19-32, Vol.15B,No.1, (1981)

[4]Kiwiel C.K.:"Methods of Descent for Nondifferentiable Optimization," Lecture Notes in Mathematics, Springer, (1985)

[5]片山直登:"道路建設区間設定問題に関する研究," JIMA予稿集,(1985,秋)