

佐藤工業(株) 正会員 歌川紀之 金子典由
中央大学 正会員 川原睦人

1. はじめに

潮流流れのような周期的な流れの解析のためには、浅水長波方程式を時間方向に調和関数を用いて時間と空間方向に変数分離して解析を行う。この解析は、従来、有限要素法(FEM)や有限差分法(FDM)により行なわれている。しかし、無限遠方に伝播する波動問題に、これらの解析手法を適用すると、境界条件の影響をうけて良い結果が得られない場合がある。一方、境界要素法(BEM)は無限遠方に波が伝播する解析に有利である。そこで、FEMとBEMの結合解法が互いの利点を用いる有効な手法として考えられている。本報告では、その第一段階として周期的浅水長波方程式の境界要素法の解析について述べる。

2. 基礎方程式

本解析では線形化された浅水長波方程式を用いる。

運動方程式

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} - \tau_{ij,j} = 0 \quad \dots (1)$$

構成方程式

$$\tau_{ij} = -g\zeta\delta_{ij} + A_l(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad \dots (2)$$

連続の方程式

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + H u_{i,i} = 0 \quad \dots (3)$$

境界条件

$$u_i = \hat{u}_i, \quad t_i = \hat{t}_i = \tau_{ij} n_j \quad \dots (4)$$

ここで、 u_i は流速、 ζ は水位、 t_i は表面力、 H は平均水深、 g は重力加速度、 A_l は渦動粘性係数、 n_j は外向き法線単位ベクトル、 $\hat{}$ は既知量、また添字 $_{i,j}$ は総和規約に従うものとする。

つぎに、変数 u_i 、 ζ を時間に対して以下に示す調和関数を用いて空間方向と変数分離する。

$$u_i = \bar{u}_i e^{i\omega t}, \quad \zeta = \bar{\zeta} e^{i\omega t} \quad \dots (5)$$

(5) 式を基礎方程式(1)～(4)に代入する。さらに連続の方程式(3)を用いて運動方程式(1)より水位 ζ を消去して、流速 u_i のみの方程式とする。

3. 境界積分方程式

流速 u_i と表面力 t_i に関する境界積分方程式は下式となる。

$$u_k - \int_{\Gamma} T_{ki}^* u_i d\Gamma + \int_{\Gamma} u_{ki}^* t_i d\Gamma = 0 \quad \dots (6)$$

また、水位は(6)式により求めた流速 u_i と表面力 t_i を用いて、つぎの積分方程式より計算する

$$\zeta - \int_{\Gamma} \frac{H}{g} \bar{t}_i^* u_i d\Gamma + \int_{\Gamma} \frac{H}{g} \bar{u}_i^* t_i d\Gamma = 0 \quad \dots (7)$$

ここで、 $*$ は基本解を表わす。なお、詳細については他の文献^{1), 2)}にゆずり、ここでは結果のみを示す。

4. 数値計算例

4.1 長方形湾の強制振動解析

図-2(a)に示す要素分割で長方形湾の湾口より周期的な流速を与えて湾内の流速と水位を解析する。

図-3に流速と水位についての数値計算結果と解析解を比較する。また、図-4は湾口で強制振動した場合の共振スペクトルである。実線は解析解であり、丸印は数値計算結果である。これらの数値計算結果は解析解と良く一致している。

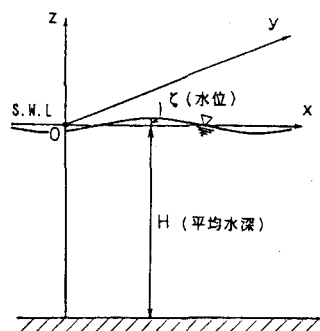


図-1 記号の説明

4. 2 領域分割した場合の長方形湾の強制振動解析

細長い解析領域を図-2(b)の要素分割図に示すように2つの領域に分割する。長方形湾の湾口で強制振動した場合の解析を行なう。図-5に数値計算結果と解析解の比較を示す。数値計算結果は解析解と良く一致している。また、演算時間も、1つの領域で計算した場合に較べて約半分になる。

5. おわりに

周期的浅水長波方程式の境界要素法による数値計算結果を示した。数値計算結果は解析解と良く一致した。今後は、無限領域を考慮した解析や、結合解法の定式化について検討していきたい。

参考文献

- 1) 金子, 歌川, 川原“境界要素法による浅水長波解析に関する一考察”, 第6回流れの有限要素法解析シンポジウム, 1985
- 2) 歌川, 金子, 川原“浅海長波方程式に対する境界要素法解析”, 第35回応用力学連合講演会, 1985
- 3) 合田“長方形および扇形の湾の副振動について”, 第10回海岸工学講演会, 1963

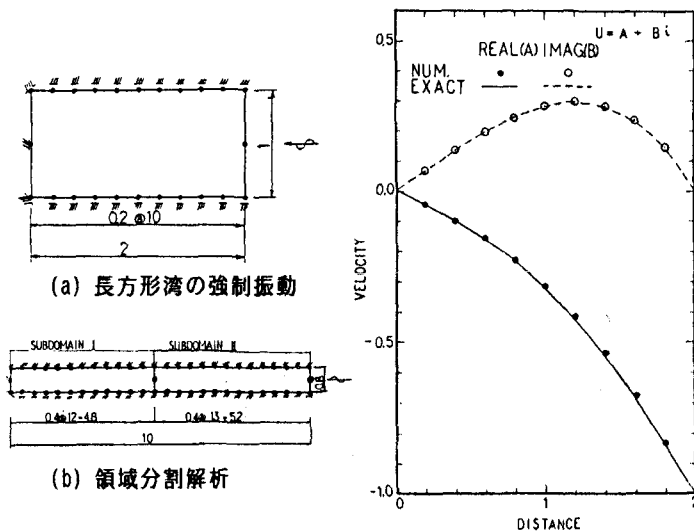


図-2 要素分割図

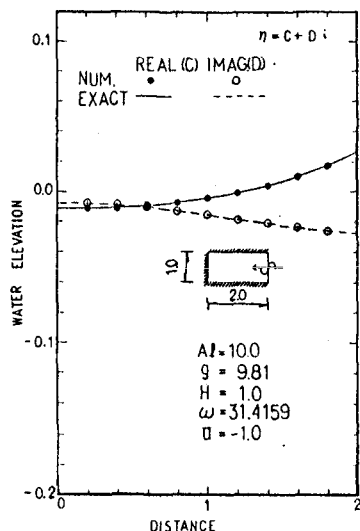


図-3 長方形湾の強制振動解析

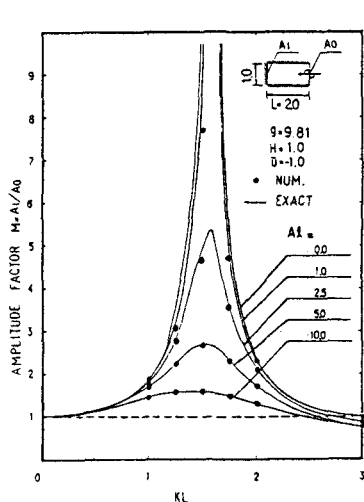


図-4 共振スペクトル

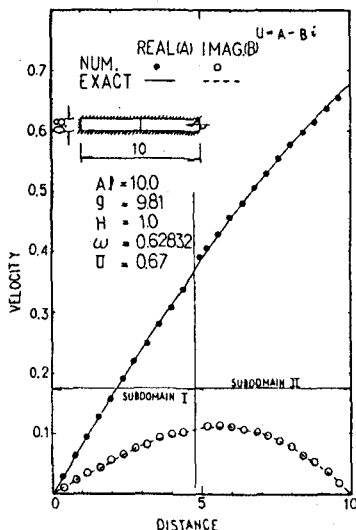


図-5 領域分割した場合の計算結果

