

東洋エンジニアリング(株)・正会員 藤津卓洋
梶谷調査工事(株) 正会員 清水幸平

1. はじめに

版上に荷重を載せた場合、版に生ずるせん断力、曲げモーメント及びたわみ等を正確に求めることは困難で、特に4辺で支持されている2方向版については、簡易計算法にたよっているのが現状である。これを正しく解くために『版の理論』が存在することは周知のことである。よって今回は、簡易計算法と版の理論でいちじるしく計算値の異なる“2方向単純支承版に局荷載した場合”(図-1)について、たわみ量の実測値と計算値とを比較してみた。計算値としては、簡易計算法として、短辺方向の梁が荷重全てを受け持つと考える短辺方向単純梁法と、短長辺両方向の梁に荷重を分担させる組合せ梁法を用い、版の理論としてTIMOSHENKOのたわみ式を用いた。

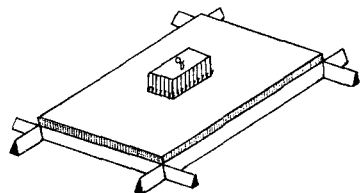


図-1 2方向単純支承局荷載版の概念図

2. 局荷載された2方向単純支承版のたわみ計算法

2.1 短辺方向単純梁法 長辺方向スパンが短辺方向スパンの2.5倍以上となると荷重のほとんどが短辺方向スパンへ伝えられると言われており、単純梁を解くという簡単な本方法で計算しておけば、十分安全な設計となる。この場合(図-2) 荷重部分のたわみ式は次式で表わされる。

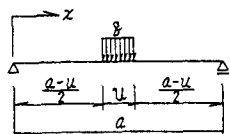


図-2 局荷載単純梁

$$W = \frac{q}{48EI} \left\{ (3a^2 - u^2)ux - 4ux^3 + 2\left(x - \frac{a-u}{2}\right)^4 \right\} \quad \text{----- (1)}$$

$$\left(\frac{a-u}{2} \leq x \leq \frac{a+u}{2} \right)$$

2.2 組合せ梁法 上記2.1の方法によると、版が正方形に近くなると大変不経済な設計となるので、この場合は長辺方向のスパンにも荷重を持たせようと考えたのがこの方法である。以下に本手法の概略を説明する(図-3)。

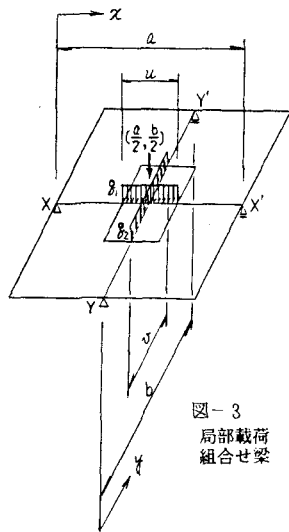


図-3 局荷載組合せ梁

短辺(xx')方向の梁は荷重 q のうちの q_1 を、長辺(yy')方向の梁は q のうちの q_2 を分担するものものとして、版中央点($\frac{a}{2}, \frac{b}{2}$)におけるたわみをそれぞれの梁において求めると、(1)式において $x = \frac{a}{2}$ または $\frac{b}{2}$ として、以下のようになる。

$$W_x = \frac{q_1 u}{384EI} (8a^3 - 4u^2a + u^3) \quad , \quad W_y = \frac{q_2 v}{384EI} (8b^3 - 4v^2b + v^3)$$

$W_x = W_y$ であるから、以下の関係が導かれる。

$$q_1/q_2 = v(8b^3 - 4v^2b + v^3)/u(8a^3 - 4u^2a + u^3) \quad \text{----- (2)}$$

ここで、 $q_1 + q_2 = q$ ----- (3) なのであるから、(2)、(3)式より分担荷重 q_1, q_2 が求まる。今回は、この q_1, q_2 及び以下に示す式を用いて、荷重部分の各点のたわみを決定した。

$$W = \frac{q_1}{48EI} \left\{ (3a^2 - u^2) - 4ux^3 + 2\left(x - \frac{a-u}{2}\right)^4 \right\}$$

$$\text{または、} W = \frac{q_2}{48EI} \left\{ (3b^2 - v^2) - 4vy^3 + 2\left(y - \frac{b-v}{2}\right)^4 \right\}$$

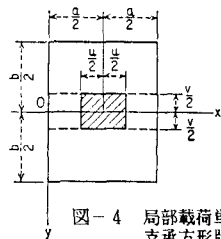


図-4 局荷載単純支承方形版

2.3 TIMOSHENKO の式 局荷載された2方向単純支承版の荷重部分(図-4)のたわみをTIMOSHENKOは次式で与えている。

$$w = \frac{4qa^4}{D\pi^4} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{(-1)^{(m-1)/2} \sin \frac{m\pi y}{2a}}{m^4} \left\{ 1 - \frac{\cosh \frac{m\pi y}{a}}{\cosh \alpha_m} \right. \\ \left. \left[\cosh(\alpha_m - 2\gamma_m) + \gamma_m \sinh(\alpha_m - 2\gamma_m) + \alpha_m \frac{\sinh 2\gamma_m}{2 \cosh \alpha_m} \right] \right. \\ \left. + \frac{\cosh(\alpha_m - 2\gamma_m)}{2 \cosh \alpha_m} \frac{m\pi y}{a} \sinh \frac{m\pi y}{a} \right\} \sin \frac{m\pi x}{a}$$

$$\alpha_m = \frac{m\pi b}{2a} \quad \gamma_m = \frac{m\pi v}{4a} \quad D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$$

ν : ポアソン比

3. たわみ量の計算と実験

3.1 実験概要 木箱の上にアクリル樹脂版をかぶせ、版中央に載荷板(試料と同一材料)を介して静荷重を載せその時のたわみ量を図示の3点で測定した(図-5)。

今回の実験に使用したアクリル版の弾性係数及びポアソン比はそれぞれ $E=39,641 \text{ [kg/cm}^2\text{]}$, $\nu=0.35$ である。この弾性係数は、同一材料の梁のたわみ実験によりあらかじめ求められたもので、たわみ計算にはこの値を用いた。

3.2 実験値と計算値の比較 図-6及び表-1に実験結果及び計算結果を示す。表-1のNo.1データ(版の中央のたわみ)によると、TIMOSHENKO式によるたわみ計算値は測定値の68%,簡易法によるたわみ計算値は測定値3.7~5.4倍という値が得られた。簡易法による計算値は測定値との間に大きな差があるのは当然として、TIMOSHENKO式による計算値も測定誤差等の域を逸脱しているという結果になった。TIMOSHENKO式によるたわみ量が危険側の値をとる理由としては、理論上考えられている支持部コーナー付近における反力が、実際はずっと小さいのではなかろうかということが挙げられる。したがってコーナー付近の材料内に発生する応力は非常に小さく、このあたりの材料はたわみに対してほとんど影響を及ぼしていないためであろう。

なお、荷重1.2kgを超えたあたりからたわみ量が比例して増加しない原因としては、たわみ量が増大すると版が水平方向に内側へ引っぱられるので、支持部における水平方向の摩擦力が生じ、それがたわみを減少させる方向に働いたためと考えられる。

4. あとがき

今回の実験で得られた理論と実際との違いは興味深い問題であり、今後更に検討を要する。

(参考文献)

TIMOSHENKO S. P. and W-KRIEGER S.; Theory of Plate and Shells, McGRAW-HILL KOGAKUSHA, LTD. P.135 ~ P.141

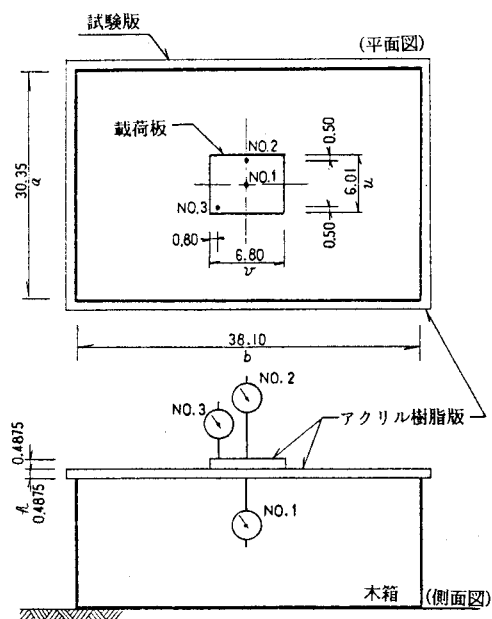


図-5 実験装置一般図 (単位: cm)

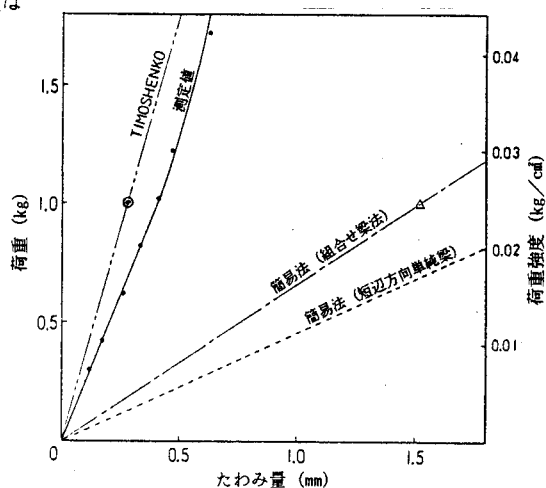


図-6 荷重—たわみ量の関係 (測点No.1)

表-1 荷重1kg/cm²のときのたわみ量比較表 (単位: cm)

区分	測点	NO.1	NO.2	NO.3
簡易法	短辺方向単純梁	0.220	0.212	0.212
	組合せ梁法	0.152	0.148	0.147
TIMOSHENKO 式		0.028	0.027	0.025
実験測定値		0.041	0.040	0.040