

筑波大学 学生員 ○ 藤掛 一典
防衛大学校 正 員 大野 友則
筑波大学 正 員 西岡 隆

1. はじめに

車両が橋梁上を通過する際に生ずる橋桁の振動に関しては、従来から数多くの研究がなされている。その多くは、橋梁の固有振動形は走行荷重の位置によらず一定（自由振動時の固有振動形と同一）とみなして橋梁の動的応答を求めている。しかし、橋梁上を走行荷重が通過する際には、走行荷重の質量による慣性力が付加され、これが橋梁の固有振動数および固有振動形を変化させる。そこで、高速かつ大型車両が橋梁上を走行する昨今では、車両の走行にともなう生ずる橋梁の固有振動形の変化が橋梁の動的性状に及ぼす影響について調べることは、安全性の観点からも検討すべき重要な問題であると考えられる。本研究は、以上に述べた問題を検討するために、集中荷重・等分布荷重・列車荷重が高速（時速150km/h以上）で走行することによる橋梁の固有振動形の変化が橋梁の動的効果（衝撃係数）に及ぼす影響について、単純桁橋・アーチ橋を取り上げ検討した。

2. 解析の基本的考え方

固有振動形の変化を考慮した動的解析方法の基本的考え方について単純桁橋上を集中荷重が走行する場合を考える。Fig-1に示した単純桁橋の荷重-橋梁系の運動エネルギー T およびポテンシャルエネルギー V は式(1)、(2)で与えられる。走行質量の影響による固有振動数および固有振動形の変化を考慮するには荷重-橋梁

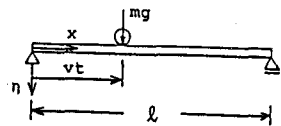


Fig.1 Simple beam with concentrated running mass.

$$T = \frac{w}{2g} \int_0^l \left(\frac{d\eta}{dt} \right)^2 dx + \frac{m}{2} \int_0^l \left(\frac{d\eta}{dt} \right)^2 \delta(x-vt) dx \quad \dots (1)$$

$$V = \frac{EI}{2} \int_0^l \left(\frac{d^2\eta}{dx^2} \right)^2 dx - mg \int_0^l \eta \delta(x-vt) dx \quad \dots (2)$$

ここで、 w は橋梁の単位長さ当りの重量、

EI は橋桁の曲げ剛性である。

$$\eta(x, t) = \phi(x) e^{i\omega t}, \quad \phi(x) = \sum_{n=1} a_n \sin \frac{n\pi x}{l} \quad \dots (3)$$

$$A(t) = [a_1 a_2 \dots a_n]^T$$

$$K = K_{nm} = \delta_{nm} \left(\frac{n\pi}{l} \right)^4 \frac{EIg}{w}$$

$$M(t) = M_{nm} = \delta_{nm} + 2R_c \sin \frac{n\pi vt}{l} \sin \frac{m\pi vt}{l}$$

$$K \cdot A(t) = \omega^2 M(t) \cdot A(t) \quad \dots (4)$$

ここで、 δ_{nm} はクロネッカーのデルタ、

$R_c (=mg/wl)$ は荷重比である。

$$\eta(x, t) = \sum_{m=1} q_m(t) \phi_m(x), \quad \phi_m(x) = \sum_{n=1} a_{mn} \sin \frac{n\pi x}{l} \quad \dots (5)$$

$$\ddot{q}_m(t) + R_c \phi_m(vt) \sum_{n=1} \phi_m(vt) \ddot{q}_m(t) + \omega_m^2 \{1 + R_c \phi_m(vt)^2\} q_m(t) = R_c g \phi_m(vt) \quad \dots (6)$$

系として固有値解析を行う必要がある。そこで、式(1)、(2)に式(3)を代入し、式(2)の右辺第二項（強制外力）を省略して運動エネルギーおよびポテンシャルエネルギーの最大値 T_{max} , V_{max} を求め、Rayleigh-Ritzの方法 $\partial(T_{max}-V_{max})/\partial a_n=0$

を適用すれば、固有値解析のための式が定式化できる。それをマトリックス表示すると式(4)のようになる。次に、運動方程式であるが、式(3)

と同様に橋梁のたわみを式(5)のように表し、荷重-橋梁系の運動エネルギーおよびポテンシャルエネルギーの式(1)、(2)をLagrangeの運動方程式に代入して整理すると式(6)の運動方程式を得る。定式化した式を実際に解くには、時々刻々そのステップで式(4)の固有値解析をベキ乗法を用いて一つ前のステップの固有ベクトルを初期値として固有振動数および固有ベクトルを求める。それによって得られた固有振動数および固

有ベクトルを式(6)の運動方程式に代入してニューマークの β 法を用いて

動的応答を計算する。そして次のステップへと計算を進めていくのである。この一連の解析方法・考え方はアーチ橋などの各種橋梁について適用することができる。

3. 数値検討

数値解析におけるCase-A, Case-B, Case-Cは次の違いを表している。

Case-A: 走行質量の影響による固有振動数および固有振動形の変化を考えた場合

Case-B: 従来の方法であり、運動方程式の中に走行質量の項を入れているが荷重が走行することによる振動形の変化は考慮せず、橋梁の無載荷時の固有振動数、固有振動形を用いた場合

Case-C: 走行荷重を一定の外力とみなして解析した場合

はじめに、 $l=20(\text{m})$ の単純桁橋上に荷重比 $R_c=0.3, 0.5, 0.7$ の集中荷重がそれぞれ走行した時のCase-A, B, Cの場合における $l/2$ 点の最大衝撃係数についてFig-2に示す。この単純桁橋では、Case-AとCase-Bの場合の衝撃係数はほとんど一致している。ただし、時速200(km/h)以上の高速になるとCase-Aの衝撃係数の値の方がCase-Bより0.01程度大きな値を示している。さらに、 $l=100(\text{m})$ 、ライズ比 $\mu=0.15$ 、細長比 $\lambda=100$ 、補剛比 $\gamma=0$ 、軸力の無次元パラメーター $\alpha=3.0$ のアーチ橋上に荷重比 $R_c=0.05, 0.1$ の集中荷重および荷重比 $R_D=0.2, 0.4, 0.5$ の等分布荷重が走行した時の $3l/4$ 点の最大衝撃係数をそれぞれFig-3, Fig-4に示す。また、Fig-5は集中荷重($R_c=0.1$)が時速200(km/h)で走行する場合の荷重点直下のたわみを示す。さらに、Fig-6は橋梁に等分布荷重($R_D=0.5$)が時速240(km/h)で進入してから抜けるまでの橋梁上 $3l/4$ 点のたわみを示す。以上より集中荷重、等分布荷重の走行によるアーチ橋のCase-A, Case-Bの場合の衝撃係数はほとんど一致している。ただし、時速170(km/h)以上においてCase-Aの方がCase-Bの場合より0.08~0.12程度大きな値を示す。また、たわみにおいてもCase-Aの場合の最大値の方がCase-Bの場合より3~5%程度の増加がみられる。

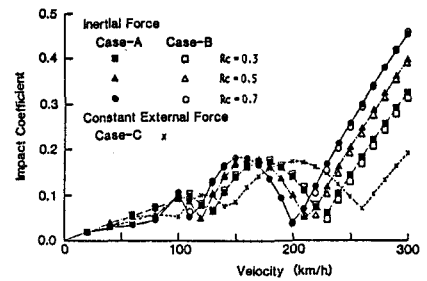


Fig. 2 Impact coefficient at $l/2$ point. (in the case of concentrated load)

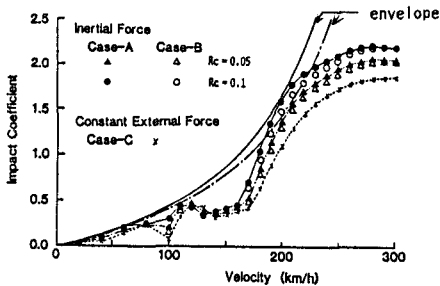


Fig. 3 Impact coefficient at $3l/4$ point. (in the case of concentrated load)

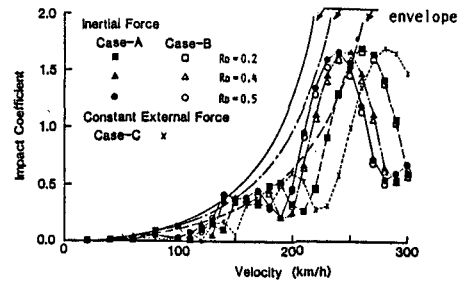


Fig. 4 Impact coefficient at $3l/4$ point. (in the case of distributed load)

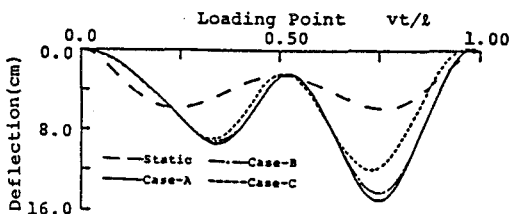


Fig. 5 Deflection at loading point.

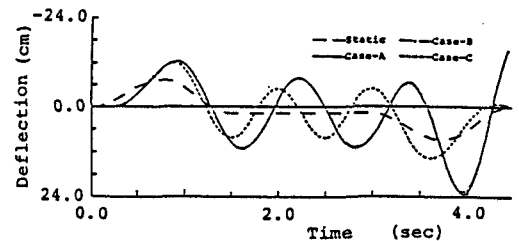


Fig. 6 Time series of deflection at $3l/4$ point. (in the case of distributed load)