

防衛大学校 学生員の飯塚 稔

正員 三原徹治

正員 石川信隆

1. 緒言

骨組構造物の最適信頼性設計を行うには、すべての可能な崩壊モードを考慮した破壊確率が許容破壊確率を超えないように制約したうえで目的関数である構造重量を最小にするように設計変数を決定しなければならない。従来、この分野の研究としては、Moses ら¹⁾、米沢・室津ら²⁾をはじめ多くのものがあるが、どれも崩壊モードの数の少ない小規模な構造物に限られ、大規模な不静定構造物については考慮すべき崩壊モードの数が非常に多くなるため、ほとんどなされていない現状である。本研究は、すべての崩壊モードを求めることのできないような大規模な構造物に対する相関の影響を考慮した最適信頼性設計法を提案するもので、確定論における繰返し最適塑性設計法³⁾を最適信頼性設計法に応用したものである。その手法は、まず基本モードの和をはじめの制約条件として選び設計し、得られた解に対し最適化手法を用いたPNET法で解析し、得られた代表モードの和を次の設計における制約として逐次付け加えて行く方法であり、最終的に解析で得られた崩壊確率が、許容崩壊確率より大きいか等しくなったときをもって設計を終了する。なお、本研究においては、外力と構造強度は正規分布に従う確率量とし、設計変数はグループ化した部材の全塑性モーメントの平均値とした。

2. 基本式

(1) PNET法による信頼性解析 PNET法による第1代表モードは、最大の崩壊確率（最小の安全性指標）を有するモードであるから、次に示すNLP問題として定式化できる。

未知数 : λ, u

$$\text{目的関数} : \beta = \frac{\bar{R}^T \lambda - \bar{F}^T u}{\sqrt{\sigma_{R^T \lambda}^2 + \sigma_{F^T u}^2}} \rightarrow \min \quad (1a)$$

$$\text{制約条件} : N \lambda - C u = 0 \quad (1b)$$

$$: \bar{F}^T u > 0 \quad (1c)$$

ここに、 β はある崩壊モードの安全性指標、 R は塑性容量ベクトル、 u は節点変位ベクトル、 N は単位法線マトリクス、 C は適合マトリクスを示す。 \bar{R} 、 \bar{F} はそれぞれ λ の平均と標準偏差を示す。式(1)を解けば、第1代表モードが $\lambda_1 = \lambda$ 、 $u_1 = u$ として得られる。

第N-1代表モードまで得られたときの第N代表モードは、

式(1)に式(2)のようなN-1個の制約条件を付加して解くことにより得られる。

$$\rho_j = \frac{\lambda_j^T \lambda \cdot \sigma_R^2 + u_j^T u \cdot \sigma_F^2}{\sqrt{\sigma_{R^T \lambda_j}^2 + \sigma_{F^T u_j}^2} \sqrt{\sigma_{R^T \lambda}^2 + \sigma_{F^T u}^2}} < \rho_j \quad (j=1, 2, \dots, N-1) \quad (2)$$

ここに、 ρ_j は第j代表モードとそれ以外のモードとの相関係数、 ρ_0 は臨界相関係数を示す。代表モードを次々と求めていくうちに、第j代表モードの崩壊確率 $Pf_j = \Phi(-\beta_j)$ が第1代表モードの値に対し十分小さく（約0.1%）なったところで解析を終了することになり、最終的に構造物の崩壊確率は式(3)で評価される。

$$P_f = \sum_j Pf_j = \sum_j \Phi(-\beta_j) \quad (3)$$

ここに、 Pf_j 、 β_j は代表モード j の崩壊確率および安全性指標、 Φ は標準正規分布関数を示す。

未知数 : \bar{R}

$$\text{目的関数} : V = L^T R \rightarrow \min \quad (4a)$$

$$\text{制約条件} : Pf_i = \sum_j Pf_j (R) \leq Pf_a \quad (i=1, 2, \dots, I) \quad (4b)$$

(2) 設計基本式 PNET法に基づく最適信頼性設計法は、代表モードの和が許容崩壊確率を超えないように制約したうえで、目的関数とし

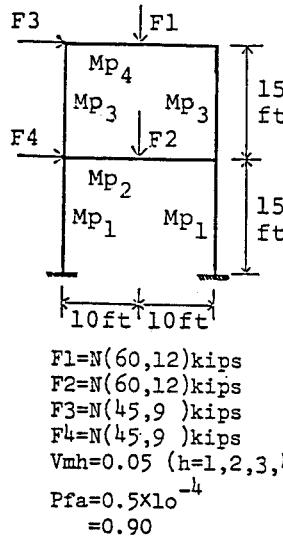
て重量を最小にするように選べば式(4)のように定式化される。ここに、 \bar{L} は設計変数に対応する部材長ベクトル、 i は設計の繰返し回数で、 I はその総数である。ただし、 $i=0$ のときは基本モードのみを考慮する。なお、式(4b)は正規分布を仮定していることから、式(5)のように相関を考慮した構造全体の安全性指標の制約条件として表わすことができる。

式(4b)の代りに式(5)を用いることによって、より収束性を改良することができる。

$$\begin{aligned} \beta^i &= \Phi^{-1}(1 - \sum_j P_j^i) \geq \beta_a \\ &= \Phi^{-1}(1 - P_{fa}) \quad (i=0, \dots, I) \quad (5) \end{aligned}$$

(3) 繰返し設計法の手順³⁾ 以上

の諸式を用いれば、次の手順で大規模構造物の最適信頼性設計が可能になる。
 ①与えられた構造物の基本モードを作る。
 ②基本モードの和を制約として初期の設計を行う。
 ③この値を用いて式(1), (2)



により代表モードを求め、式(3) 図-1 2層1スパンラーメン

により P_f を求める。
 ④ $P_f \leq P_{fa}$ ($\beta \geq \beta_a$) のとき設計を終了する。
 $P_f > P_{fa}$ ($\beta < \beta_a$) ならば、求めた代表モードを式(4b)または式(5)に付け加え、新たに設計する。

3. 数値計算例 図-1に示す2層1スパンラーメン²⁾を設計する。はじめに図-2の*i*=0に示す基本モードの和により設計を行う。以下繰返し手法の手順に従って、設計と解析を繰り返せば、代表モードが図-2の*i*=1, 2, 3のように求められ、3回目の設計計算で収束した。図-3はWとPfの収束状況を示す。最終の設計結果は表-1のようになり、室津らの方法²⁾による解と極めて近い値を得ている。また文献4)と比較することにより相

関の影響は全重量で約8%となることが認められる。

4. 結言 本設計法を用いることによって、全ての崩壊モードを考慮することなく、しかも相関の影響を考慮した大規模な骨組構造物の最適信頼性設計を行うことが可能となった。

i	Elementary Modes
0	
Representative Modes	
1	
2	
3	

図-2 基本モード(*i*=0)と
代表モード(*i*=1, 2, 3)

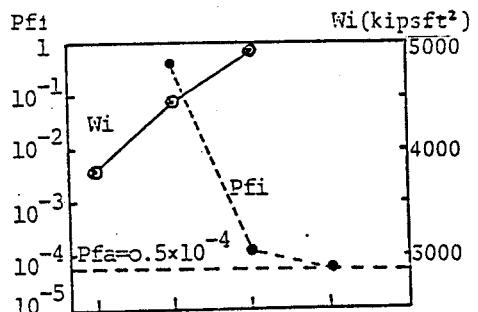


図-3 WとPfの収束状況

表-1 最終の設計結果

	M _{p1} (kipft)	M _{p2} (kipft)	M _{p3} (kipft)	M _{p4} (kipft)	W (kipft)
Present Method	570.6	737.4	346.6	369.2	49648
Ref 2)	571.5	743.9	343.4	374.6	49817
Ref 4)	551.9	620.8	326.6	346.3	45696

- 参考文献 1) Moses, F. et al., : Reliability-Based Structural Design, ASCE, vol. 96, ST2, pp. 221~244, 1970.2. 2) 米沢政昭, 室津義定, 大場史憲, 丹羽一郎: 骨組構造物の最適信頼性設計の一方法, 機論(A編) 45巻390号 pp. 179~183 1979.2. 3) Ishikawa, N., : Iterative Optimal Plastic Design of Steel Frames, JSCE, No. 273, pp. 109~119, 1975.5. 4) 三原徹治, 飯塚稔, 石川信隆, 古川浩平: 安全性指標を制約とした骨組構造物の最適塑性設計, 構造工学論文集, 1986.3.