

防衛大学校土木工学教室 学生員 魚好浩靖

" 学生員 飯塚 稔

" 正 員 三原徹治

" 正 員 石川信隆

1. 緒言 ラーメン構造物の信頼性解析に関する研究は、従来数多く行われているが¹⁾、そのほとんどが曲げ作用のみを考慮したもので、軸力の影響を考慮した信頼性解析は、曲げと軸力の非線形な降伏条件の複雑性のため、ほとんどなされていない。ただRzhanitsyn²⁾が断面レベルにおいて、降伏曲面が流動的な不規則関数になることを示しているにすぎない。軸力を無視した場合は、考慮した場合に比べ危険側の評価となるので、厳密な崩壊確率の評価には、軸力の影響をも考慮する必要がある。一方、確定論においては、Cohnら³⁾および石川⁴⁾が、線形化降伏条件を用いた軸力を考慮したラーメンの崩壊荷重解析および終局変形解析を行っている。本研究は、線形化降伏条件^{3),4)}を用いて、曲げと軸力を考慮した信頼性解析法を提案するもので、その手法は、PNET法¹⁾による曲げ構造物の信頼性解析法を、非線形計画法(SLP)を用いて曲げと軸力を考慮した場合に拡張するものである。なお、本研究では外力および構造物の強度を正規分布に従う確率量とした。

2. PNET法による信頼性解析 PNET法¹⁾(Probabilistic Network Evaluation Technique method)による構造物の信頼性解析は、つぎの手順による。①全崩壊モードのうち、崩壊確率が最大であるモードを見出し、第1代表モードとする。②第1代表モードと他のモードの相関係数がある臨界相関係数 ρ 。よりも小さいモードのうち、最大の崩壊確率を持つモードを見出し、第2代表モードとする。③第1,2両モードとの相関係数が ρ 。よりも小さいモードのうち、最大の崩壊確率を持つモードを見出し、第3代表モードとし、以下同様に次々と代表モードを見出す。④新しい代表モードの崩壊確率が、第1代表モードと比較して十分小さくなったところで解析を終了する。⑤崩壊確率を、各代表モードの崩壊確率の和で評価する。

3. 基本式 (1) 降伏条件 図-1(a)に示すような、理想H型断面に対する曲げと軸力を考慮した相関降伏条件は次式で与えられ^{3),4)}、図-1(b)のように表わすことができる。

$$|M| + c|N| = M_p \quad (1)$$

ただし、 $c = M_p / N_p = Z / A$ 、 Z は塑性断面係数、 A は断面積、 M_p は全塑性モーメント、 N_p は降伏軸力。

(2) 第1代表モードの算定 PNET法における第1代表モードは、全崩壊モードのうちの最小の安全性指標をもつモードであるから、次に示すような非線形計画問題として定式化できる。

未知数 : $\lambda^{(1)}, u^{(1)}$

$$\text{目的関数: } \beta_{(1)} = \frac{\bar{R}^T \lambda - \bar{F}^T u}{\sqrt{\sigma_{R^T \lambda}^2 + \sigma_{F^T u}^2}} \rightarrow \min \quad (2a)$$

$$\text{制約条件: } N \lambda^{(1)} - C u^{(1)} = 0 \quad (2b)$$

$$\bar{F}^T u^{(1)} > 0 \quad (2c)$$

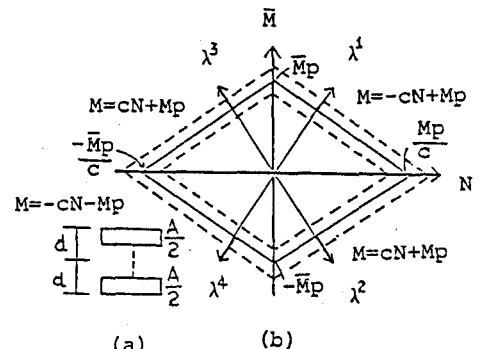


図-1 : 曲げモーメントと軸力の相関降伏条件

ここに、 $\beta_{(1)}$ は第1代表モードの安全性指標、 $\bar{R}$ は塑性容量ベクトル、 $\lambda^{(1)}$ は第1代表モードの塑性定数ベクトル、 $\bar{F}$ は外力ベクトル、 N は図-1(b)の降伏線の単位法線マトリクス、 C は適合マトリクス、 $u^{(1)}$ は

第1代表モードの節点速度ベクトルである。また $\bar{x}$ 、 σ_x は、それぞれ x の平均値と標準偏差を示す。安全性指標 β に対する崩壊確率は $P_f = \Phi(-\beta)$ で与えられる。ただし、 Φ は、標準正規分布関数である。

(3) 第2代表モードの算定 いま式(2)により、第1代表モードが $(\lambda^{(1)}, u^{(1)})$ として求められたとする。それ以外の崩壊モード (λ, u) と第1代表モードの相関係数 $\rho_{(1)}$ が、ある臨界相関係数 ρ_c より小さくなる条件は、次のように表わされる。

$$\rho_{(1)} = \frac{\lambda^{(1)} \cdot \lambda \cdot \sigma_R^2 + n^{(1)} \cdot n \cdot \sigma_F^2}{\sigma_{Z(1)} \cdot \sigma_Z} < \rho_c \quad (3)$$

ただし、 $Z_{(1)}$ は第1代表モードの安全余裕、 Z はあるモードの安全余裕を示す。第2代表モードは式(2)に式(3)を付加することによって得られる。

(4) 第N代表モードの算定 第N-1代表モードまでが算定されたとき、第N代表モードは、式(2)に次式を付加することにより得られる。

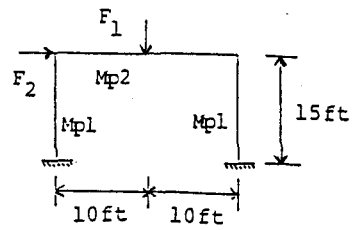
$$\begin{aligned} \rho_{(1)} &\leq \rho_c \\ &\vdots \\ \rho_{(N-1)} &\leq \rho_c \end{aligned} \quad (4)$$

第N代表モードの崩壊確率が第1代表モードの値と比較して、十分小さくなった(約0.1%以下)ときをもって解析を終了する。

4. 計算例 図-2に示す1層1スパンラーメン¹⁾について、式(2)、(3)を用いて解析を行う。まず相関の影響を考慮しない第1代表モードとその確率が図-3(1)のように求められる。次に $\rho_c = 0.9$ を用いて式(2)、(3)によって解析すれば代表モードが次々と図-3(2) (4)のように求められる。崩壊確率 $P_f = P_{f1} + P_{f2} + P_{f3} + P_{f4} = 0.074$ となり相関による影響は $(0.041/0.074) \times 100\% = 55\%$ となる。また曲げのみの場合およびモンテカルロ・シミュレーションによる解と比較すれば表-1のようになり、曲げのみの場合と比べて本法による解はそれぞれ崩壊確率が、20% および28% 増加し、安全側の評価となっていることが認められる。

5. 結語 本研究は、曲げと軸力を同時に考慮した構造物の崩壊確率算定法をPNRT法を利用して開発したものである。さらに、曲げとねじりを同時に受ける構造物の信頼性解析へも応用可能である。

参考文献 1) Ang, H-S and Ma, H-F : On the Reliability of Framed Structures, Proc. of the Speciality Conference of Reliability, ASCE, Tuscon Arizona, pp.106-111, 1979.1. 2) Rzhnitsyn A.R, 高岡宣善訳：構造物の信頼性解析法, 丸善, pp.194~198, 1980.12. 3) Cohn M.Z. and Rafay T.: Collapse Load Analysis of Frames Considering Axial Forces, ASCE, Vol. 100, No. EM4, pp.773-794 1974.8. 4) 石川信隆：軸力の影響を考慮したラーメンの終局変形解析、防大理工学研究報告第13巻1号, pp.1-8, 1975.3



$F_1 = N(100\text{kips}, 10\text{kips})$
 $F_2 = N(50\text{kips}, 15\text{kips})$
 $Mp1 = N(360\text{ft-k}, 54\text{ft-k})$
 $Mp2 = N(480\text{ft-k}, 72\text{ft-k})$
 $c=0.1 (\bar{\varepsilon})$

図-2：1層1スパンラーメン

No	Representative Mode	P_{fj}
1		0.0413
2		0.0166
3		0.0157
4		0.00062

図-3：代表モードと崩壊確率

表-1 最終結果

	M + N	M
Present Method ($\rho_c = 0.9$)	0.074 (+20%)	0.061
Monte Carlo Simulation	0.056 (+28%)	0.040