

群馬大学 工学部 学生員 ○細堀 建司

群馬大学 工学部 正員 鶴飼 亮三

1. まえがき ここでは前報(I)に引き続き、変分法による安定解析の方法と計算結果、および完全円筒面による底部破壊の計算結果を示す。地盤は均質、等方と仮定する

2. 変分法による粘土斜面の3次元安定解析(続) 鉛直な粘土斜面に対する解析方法と計算例はすでに鶴飼<sup>1)</sup>によって示されており、その方法は一般的な勾配 $\beta$ の単純斜面にも拡張できる。

安定係数 $N_s (= \gamma H F / C)$ は式(1)によって表され、 $C$ は粘着力で非排水強度を用いる。抵抗モーメントに関する項と滑動モーメントに関する項は式(2)、(3)のように表せる、 $0 \leq y \leq L_e$ は変分法により決定される曲面部分を表し、ここの断面の半径 $\phi$ と $y$ との関係は式(4)で表せる。

$$N_s = \frac{\{F M_r / C\}}{\{M_d / (\gamma H)\}} \quad \text{---- (1)}$$

$$\{F M_r / C\} = R_1 + R_2 + R_3 = (\theta_{20} - \theta_{10}) \phi_0^2 L_c + \int_0^{L_e} (\theta_2 - \theta_1) \phi^2 \sqrt{1 + \phi'^2} dy + \int_{\phi_m}^{\phi_L} (\theta_2 - \theta_1) \phi^2 d\phi \quad \text{---- (2)}$$

$$\{M_d / (\gamma H)\} = D_1 + D_2 = L_c \phi_0^3 \{f_1(\theta_{20}, \theta_{10}) - f_2(\theta_{20}, \theta_{10}) - f_3(\theta_{20}, \theta_{10})\} + \int_0^{L_e} \phi^3 \{f_1(\theta_2, \theta_1) - f_2(\theta_2, \theta_1) - f_3(\theta_2, \theta_1)\} dy \quad \text{---- (3)}$$

ここで、 $f_1(\theta_2, \theta_1) = \frac{1}{3} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1)$ ,  $f_2(\theta_2, \theta_1) = \frac{1}{6} l (2 \cos \theta_1 - l) \sin \theta_1$ ,  $f_3(\theta_2, \theta_1) = \frac{1}{6} \{ \sin(\theta_2 - \theta_1) - l \sin \theta_2 \} (\cos \theta_1 - l + \cos \theta_2)$ ,  $l = \frac{\sin(\theta_2 - \theta_1)}{\sin \theta_2} - \frac{\sin(\theta_2 + \beta)}{\sin \theta_2 \sin \beta} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1)$ ,  $\theta_1 = \sin^{-1} \frac{b}{\phi}$ ,  $\theta_2 = \pi - \beta - \sin^{-1} \frac{a}{\phi}$ ,  $a = \phi_0 \sin(\theta_{20} + \beta)$ ,  $b = \phi_0 \sin \theta_{10}$  (ただし、 $\theta_1 \leq \frac{\pi}{2}$ ,  $\theta_2 + \beta \geq \frac{\pi}{2}$ とする)

$$y = \int_{\phi}^{\phi_0} (N_s g + C) / \sqrt{f^2 - (N_s g + C)^2} d\phi \quad \text{---- (4)}$$

ここで、 $C = f_0 - N_s g_0$ ,  $f_0 = (\theta_{20} - \theta_{10}) \phi_0^2$ ,  $\phi_0 = 1 / (\sin \theta_{20} - \sin \theta_{10})$ ,  $g_0 = \phi_0^2 \{f_1(\theta_{20}, \theta_{10}) - f_2(\theta_{20}, \theta_{10}) - f_3(\theta_{20}, \theta_{10})\}$ ,  $f, g$ は $f_0, g_0$ の式から“0”を取り除いたもの

式(4)の関係を式(2)、(3)の $R_2, R_3, D_2$ に代入すると次の式(5)、(6)、(7)を得る。一部の記号は前報(I)に示した。

$$R_2 = \int_{\phi_m}^{\phi_L} (\theta_2 - \theta_1) \phi^2 f / \sqrt{f^2 - (N_s g + C)^2} d\phi \quad \text{---- (5)}$$

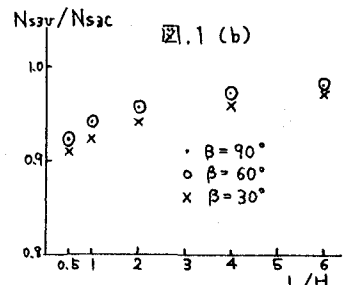
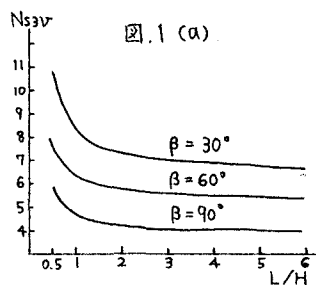
$$R_3 = \int_{\phi_m}^{\phi_L} (\theta_2 - \theta_1) \phi^2 d\phi = \frac{1}{3} (\pi - \beta) (\phi_L^3 - \phi_m^3) - \{S(a, \phi_L) - S(a, \phi_m) + S(b, \phi_L) - S(b, \phi_m)\} \quad (6)$$

$$D_2 = \int_{\phi_m}^{\phi_L} \phi^3 (N_s g + C) \{f_1(\theta_2, \theta_1) - f_2(\theta_2, \theta_1) - f_3(\theta_2, \theta_1)\} / \sqrt{f^2 - (N_s g + C)^2} d\phi \quad \text{---- (7)}$$

ここで、 $S(a, \phi) = \frac{\phi^3}{3} \sin^{-1} \frac{a}{\phi} + \frac{a}{3} \{ \frac{\phi}{2} \sqrt{\phi^2 - a^2} + \frac{a^2}{2} \ln(\phi + \sqrt{\phi^2 - a^2}) \}$

$L_e$ は式(4)で $y = L_e$ ,  $\phi = \phi_L$ と置いて得られる。 $\phi_L$ は方程式 $g_{\phi = \phi_L} + \frac{C}{N_s} - g_0 = 0$ より求める。計算はNewton-Raphson法による。安定係数 $N_s$ を求める方法は次のようである。(i)  $\beta, L_c$ を決める。(ii) 適当に $\theta_{10}, \theta_{20}$ を与える。(iii)  $N_s$ の初期値を代入して上式にもとづき計算を行い式(1)より新たな $N_s$ を求める。(iv) これを再び初期値として繰り返し計算を行ない $N_s$ の収束値を求める

(v)  $\theta_{10}, \theta_{20}$ の値を変えて同じ計算を繰り返し、同様にして多数の $N_s$ を求め、この中から必要な精度で $N_s$ の最小値 $N_{s3min}$ を得る。これに対応する $\beta, L_c, L (= L_c + L_e)$ も定まる。図.1(a)は変分法による $N_s$ の値 $N_{s3v}$ と $L/H$ との関係を示す。ただし回転円を中心軸の位置は簡単のため完全円



筒面での最小値  $N_{s3c}$  を与える点とした。図.1 (b) は完全円筒面での値との比率を表す。傾角  $\beta$  が  $30^\circ \sim 90^\circ$  に変化してもその比率は  $1 \sim 2\%$  程度しか変化しないという特筆すべき傾向を示している。

3. すべり面が完全円筒面である場合の底部破壊による最小安全率 勾配の小さな粘土斜面では、すべり面が斜面下を通る底部破壊が最小安全率を与えると考えられる。ここでは前報 (I) で用いた円筒すべり面を図.2 のような底部破壊に拡張する。すべり面の長さは  $2L$  とし、対称形であるから半分の長さ  $L$  についてモーメントのつり合いから安定係数を計算する。滑動モーメント  $M_d$  は式 (8) で表せる。<sup>2)</sup>

$$M_d = 8L\phi_0^3 (f_1 - f_2 - f_3 - f_4) \quad \text{----- (8)}$$

ただし、 $f_1, f_2, f_3$  は式 (3) の中で用いたものと同様、

$$f_4 = \frac{1}{\phi_0} \frac{\sin(\beta - \theta_1)}{2 \sin \theta_1 \sin \beta} \left\{ \cos \theta_1 - l - \frac{1}{3\phi_0} (1/\tan \beta' + 1/\tan \beta) \right\}$$

$$l = \frac{\sin(\theta_2 - \theta_1)}{\sin \theta_2} - \frac{\sin(\theta_2 + \beta)}{\sin \theta_2 \sin \beta} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1)$$

抵抗モーメントは式 (9) により表せる。 $M_R$  は円筒面上の抵抗モーメント

ト。 $M_{r3}, M_{r4}, M_{r5}, M_{r6}$  は端面の抵抗モーメントで種分計算上の理由から分割してある。 $\theta_m + \beta > \frac{\pi}{2}$ ,  $\theta_s > \frac{\pi}{2}$  のとき  $M_{r5} = M_{r6} = 0$ 。  $\theta_m + \beta < \frac{\pi}{2}$ ,  $\theta_s > \frac{\pi}{2}$  のとき  $M_{r6} = 0$ 。  $\theta_m + \beta > \frac{\pi}{2}$ ,  $\theta_s < \frac{\pi}{2}$  のとき  $M_{r5} = 0$  となる

$$M_R = M_{r1} + M_{r3} + M_{r4} + M_{r5} + M_{r6} \quad \text{----- (9)}$$

$$\text{ここに、} M_{r1} = \frac{C}{F} (\theta_2 - \theta_1) \phi_0^2 L$$

$$M_{r3} = \frac{C}{F} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \left\{ \pi - \sin^{-1} \left( \frac{b+1}{\phi} \right) - \sin^{-1} \frac{b}{\phi} \right\} \phi^2 d\phi$$

$$M_{r4} = \frac{C}{F} \int_{\theta_m}^{\theta_s} (\pi - \sin^{-1} \frac{a}{\phi} - \sin^{-1} \frac{b}{\phi} - \beta) \phi^2 d\phi$$

$$M_{r5} = \frac{C}{F} \int_{\theta_1}^{\theta_m} (\pi - 2 \sin^{-1} \frac{a}{\phi}) \phi^2 d\phi, M_{r6} = \frac{C}{F} \int_{\theta_s}^{\theta_2} \left\{ \pi - 2 \sin^{-1} \left( \frac{b+1}{\phi} \right) \right\} \phi^2 d\phi$$

ただし、 $a = \phi_s \sin(\theta_s + \beta)$ ,  $b = \phi_0 \sin \theta_1$  他記号は図.3 に示す

$M_d = M_R$  によって安定係数  $N_s$  は式 (1) によって計算される。図.4 (a) は底部破壊の  $N_s$  の値  $N_{s3c}$  と  $L/H$  との関係を示す。図.4 (b) は斜面先破壊における  $N_{s3c}$  の値との比率を示す。 $L/H \leq 6$  においてその差は  $10\%$  を越えることはない。しかも3次元効果が大きくなる程1に近づき底部破壊のケースを考える必要性はうすれてくる。計算上、底部破壊が最小安全率を与える勾配  $\beta$  は  $L/H = 0.5, 1, 2, 4, 6$  に対してそれぞれ  $\beta = 34^\circ, 37^\circ, 40^\circ, 41^\circ, 42^\circ$  以下である。

4. まとめ 前報 (I) と合わせて以下の結論が得られる。ただし地盤が等方、均質の場合に限る。

- 変分法による解が最も厳密であるが、取り扱いが不便である。よって完全円筒面で計算し、すべり面の幅  $L$  に応じた係数を乗じることによって変分法による解と同程度の安全率を得られるであろう。
- $L/H = 1$  程度の特には3次元効果の大きいケースでは底部破壊を考えず、斜面先円筒面による計算のみで十分最小値に近い安全率を得られる。

(参考文献)

- 鶴飼忠三: "Three-dimensional stability analysis of vertical cohesive slopes"
- Chen, W.F. (1975): "Limit Analysis and Soil Plasticity, Elsevier."

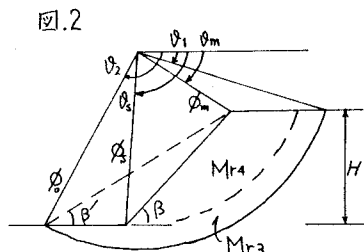


図.3

