

1. まえがき 従来斜面の安定解析は2次元で行なわれているが、次のような理由で3次元解析が必要である。(1) 実際の斜面の破壊は有限の長さ(奥行)を有するので、斜面崩壊のメカニズムを正確にとらえるには3次元解析が必要である(2) 粘土斜面では3次元安全率の方が2次元安全率より大きくなるので、あらかじめ崩壊の長さが予想される場合には、慣用(2次元)安全率を用いると斜面設計上不経済となる。

2. 本研究の前提と仮定 強度定数が非排水強度のみで規定される粘土斜面を対象とする。斜面形状は任意の勾配 β を有する単純斜面である。すべり面形状は2種類の回転体面(断面は円形)と想定した。一つは、両端が平面である完全円筒面、他の一つは半径の大きさが変分計算により定められる回転体面である。簡単のためにすべり面は斜面先を通ると仮定した。この仮定は、勾配の急な斜面では正しい。

3. すべり面が完全円筒面である場合の最小安全率と最危険すべり面形状 この節では斜面の土質は不均質性、異方性と仮定する。不均質性は式(1)で規定する。この式は、中瀬¹⁾、Hunter & Schuster^{2), 6)}、Chen³⁾による。 $C_v = C_0 + \gamma z$ …… (1) として用いられた。 C_v は鉛直伏試体の非排水強度、 $C_0 + \gamma z$ は定数、 z は斜面上端よりの深さ。異方性は式(2)で規定する。この式は、Casagrande & Carillo⁴⁾、Lo⁵⁾、Chen³⁾によって用いられた。 $C_i = C_h + (C_v - C_h) \cos^2 i$ …… (2) された。 C_i は鉛直線から角度 i だけ傾いた一軸伏試体の非排水強度、 C_h は水平伏試体の非排水強度。すべり面の傾角 $\alpha (= \frac{\pi}{2} - \theta)$ と i との間には式(3)が成り立つ。 δ は破壊時の $i = \frac{\pi}{2} - (\alpha + \delta) = \theta - \delta$ …… (3) の主応力方向とすべり面のなす角度であり、Hvorslevの強度定数 ϕ_0 。 $\delta = \frac{\pi}{4} - \frac{\phi_0}{2}$ …… (4) と用いると式(4)で表わされる。^{注)}(図.1)

すべり面の長さを $2L$ とすると、すべり面は長さ方向に対称なので半分の長さ L について、モーメントのつり合い式を立て安定係数を計算しよう。(図.2)

滑動モーメント M_d は式(5)で表せる。ただし、 $f_1 = \frac{1}{3}(\sin \theta_{20} - \sin \theta_{10})$ 、 $M_d = \gamma L \phi_0^3 (f_1 - f_2 - f_3)$ …… (5) $f_2 = \frac{1}{6}l(2 \cos \theta_{10} - l) \sin \theta_{10}$
 $f_3 = \frac{1}{6} \{ \sin(\theta_{20} - \theta_{10}) - l \sin \theta_{20} \} (\cos \theta_{10} - l + \cos \theta_{20})$
 $l = \frac{\sin(\theta_{20} - \theta_{10})}{\sin \theta_{20}} - \frac{\sin(\theta_{20} + \beta)}{\sin \theta_{20} \sin \beta} (\sin \theta_{20} - \sin \theta_{10})$ (Chen, Ch.9 参照)

粘着力による抵抗モーメント M_r は式(6)で表せる。 M_{r1} は円筒面での抵抗

$M_r = M_{r1} + M_{r3} + M_{r4}$ …… (6) 抗モーメントを表わし、式(7)で表せる。

$M_{r1} = L \int_{\theta_{10}}^{\theta_{20}} \frac{C_i}{F} \phi^2 d\theta = \frac{C_0}{F} \phi_0^2 L \cdot I$ …… (7) (Chen, Ch.9)

ここで、 $I = (1 - M_m \phi_0 \sin \theta_{10})(\theta_{20} - \theta_{10}) - M_m \phi_0 (\cos \theta_{20} - \cos \theta_{10}) + (1 - M_m \phi_0 \sin \theta_{10})$

$\times Q I_1 + M_m \phi_0 Q I_2$ 、 $Q = \frac{1}{\sin \theta} - 1$ 、 $\chi = C_h / C_v$ 、 $I_1 = \frac{1}{4} \{ \sin 2(\theta_{20} - \delta) - \sin 2(\theta_{10} - \delta) \} + \frac{1}{2}(\theta_{20} - \theta_{10})$ 、 $I_2 = \frac{1}{4} \{ -\frac{1}{3} \cos(3\theta_{20} - 2\delta) + \frac{1}{3} \cos(3\theta_{10} - 2\delta) \}$

$+ \cos(\theta_{20} - 2\delta) - \cos(\theta_{10} - 2\delta) \} - \frac{1}{2}(\cos \theta_{20} - \cos \theta_{10})$ [なお、 C_i は θ により式(8)のように表わせる。]

M_{r3} は端

面の平面部分の抵抗モーメントを表わし、式(9)

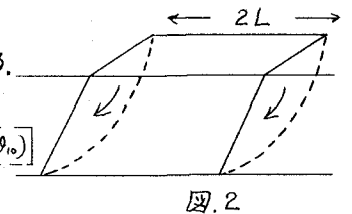
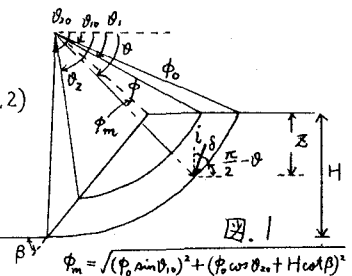
で表せる。ただし、 C_i は式(8)で ϕ_0 、 θ_{10} を ϕ 、 θ_1 で置き換えたものを用いる。

$M_{r3} = \int_{\theta_{10}}^{\theta_1} \int_{\phi_m}^{\phi_0} \frac{C_i}{F} \phi^2 d\theta d\phi = \frac{C_0}{F} \int_{\theta_{10}}^{\theta_1} \phi^2 I_s d\theta = \frac{C_0}{F} I_{ss}$ …… (9)

ここで、 $I_s = (1 - M_m \phi \sin \theta_1)(\theta_2 - \theta_1) - M_m \phi (\cos \theta_2 - \cos \theta_1) + (1 - M_m \phi \sin \theta_1) Q \cos^2 \delta \{ \frac{1}{4}(\sin 2\theta_2 - \sin 2\theta_1) + \frac{1}{2}(\theta_2 - \theta_1) \} - \frac{1}{3} M_m \phi Q \cos^2 \delta (\cos^3 \theta_2 - \cos^3 \theta_1)$ 、 $\theta_1 = \sin^{-1}(\frac{\phi_0}{\phi} \sin \theta_{10})$ ($\theta_1 \leq \frac{\pi}{2}$)、 $\theta_2 = \pi - \beta - \sin^{-1}(\frac{\phi_0}{\phi} \sin(\theta_{20} + \beta))$ 、 $M_m = \frac{\gamma H}{C_0}$

$\cos i = \cos \delta \cos \theta$ …… (10) したが、式(9)中の C_i は式(2)中の $\cos i$ を式(10)で置き換えたものを用いた。

この理由は、端面のすべり面上では主応力方向が図.1の断面に対して δ だけ傾いたものとなるからである。



もし、 $\vartheta_m + \beta < \frac{\pi}{2}$ のときは図.3 で斜線で示した部分の抵抗も加わる。これを M_{r4} とすると式(11)で表せる。

$$M_{r4} = \int_{\vartheta_1'}^{\vartheta_2'} \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} \frac{C_0}{F} \phi^2 d\vartheta d\phi = \frac{C_0}{F} \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} \phi^2 I_s' d\phi = \frac{C_0}{F} I_{sss} \dots (11)$$

$$\text{ここで, } I_s' = (1 - M_m \phi \sin \vartheta_1') (\vartheta_2' - \vartheta_1') - M_m \phi (\cos \vartheta_2' - \cos \vartheta_1') + (1 - M_m \phi \sin \vartheta_1') \\ * Q \cos^2 \delta \left\{ \frac{1}{4} (\sin 2\vartheta_2' - \sin 2\vartheta_1') + \frac{1}{2} (\vartheta_2' - \vartheta_1') \right\} - \frac{1}{3} M_m \phi Q \cos^2 \delta (\cos^3 \vartheta_2' - \cos^3 \vartheta_1')$$

$$\text{, } \vartheta_1' = -\beta + \sin^{-1} \left\{ \frac{\phi_0}{\phi} \sin (\vartheta_{20} + \beta) \right\}, \vartheta_2' = \pi - \beta - \sin^{-1} \left\{ \frac{\phi_0}{\phi} \sin (\vartheta_{20} + \beta) \right\} = \pi - 2\beta - \vartheta_1'$$

なお、式(7)~(11)中の ϕ , ϕ_0 の大部分は斜面高 H で割って無次元化されている

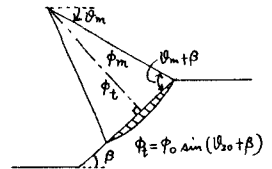


図.3

ことに注意。なお、もし式(9), (10)中の $\cos i$ を $\cos(\vartheta - \delta)$ で評価するときには I_s , I_s' は次式を用いなければならない。

$$I_s = (1 - M_m \phi \sin \vartheta_1) (\vartheta_2 - \vartheta_1) - M_m \phi (\cos \vartheta_2 - \cos \vartheta_1) + (1 - M_m \phi \sin \vartheta_1) Q \left[\frac{1}{4} \{ \sin 2(\vartheta_2 - \delta) - \sin 2(\vartheta_1 - \delta) \} + \frac{1}{2} (\vartheta_2 - \vartheta_1) \right] \\ - M_m \phi Q \left\{ \frac{1}{3} (\cos^3 \vartheta_2 - \cos^3 \vartheta_1) \cos^2 \delta + (\cos \vartheta_2 - \cos \vartheta_1) \cos^2 \delta - \frac{1}{3} (\sin^3 \vartheta_2 - \sin^3 \vartheta_1) \sin^2 \delta \right\}$$

$$I_s' = \text{上式で } \vartheta_2, \vartheta_1 \text{ の代わりに } \vartheta_2', \vartheta_1' \text{ を代入したものである。}$$

ところで $M_d = M_r$ だから式(12)を得る。今、安定係数 N_s を式(13)で定義する。ただし、 $C_{vm} = \frac{1}{2}(C_0 + \frac{rH}{2})$ 。

$$rL\phi_0^3 (f_1 - f_2 - f_3) = \frac{C_0}{F} (L\phi_0^2 I + I_{ss} + I_{sss}) \dots (12)$$

すると、 N_s は最終的に式(14)で表される。図.4

$$\frac{rH}{C_{vm}} F = N_s \dots (13) \quad \text{は } N_s \text{ の最小値 } N_{s3min} \text{ と } \beta, L, x \text{ との関係を示す。ただし地盤は均質 } (M_m = 0)$$

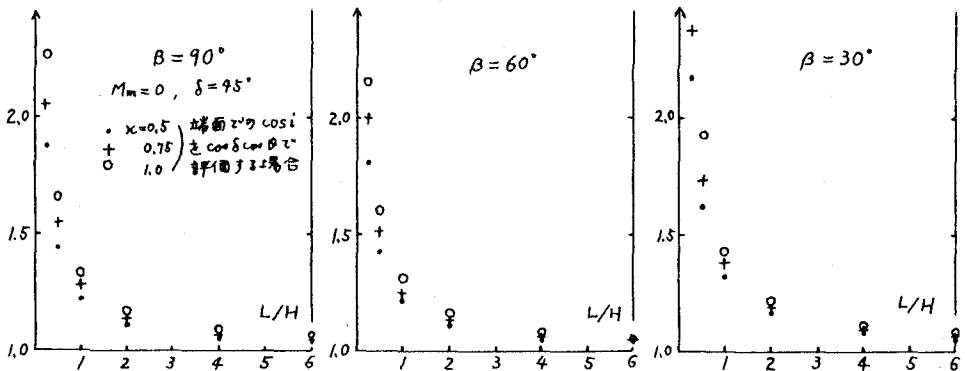
$$N_s = \frac{x}{1 + \frac{x}{2} M_m} (L\phi_0^2 I + I_{ss} + I_{sss}) / \{ L\phi_0^3 (f_1 - f_2 - f_3) \} \dots (14) \quad \text{と仮定した。} x=1 \text{ は等方性と意味する。}$$

$x \backslash \beta$	90°	60°	30°
1.0	3.8313	5.2474	6.4280
0.75	3.8037	5.0460	5.8773
0.5	3.7600	4.8071	5.2980

図.4でたて軸は2次元の安定係数 N_s の最小値 N_{s2min} で割られている。なお $\delta = 45^\circ$ と仮定した。図.4は端面での $\cos i$ を $\cos \delta \cos \vartheta$ で評価する場合のものであるが、これを $\cos(\vartheta - \delta)$ で評価する場合の同様な計算を行ったところ、安定係数は図.4より

N_{s3min}/N_{s2min}

図.4



り大々目に出た。ただし両者の相違は3次元効果に比べれば小さいし、また端面での強度は式(10)で規定される強度に等しいかそれ以上となるので、端面部分の異方性は式的取り扱いが簡単である式(3)を用いれば良いと思われる。
(より複雑な3次元問題と対象となる場合には)

注) ただし、この場合には厳密にはすべり面上のせん断強度は $C_u \cos \phi_e$ で表わされる。

4. 変分法による粘土斜面の3次元安定解析

地盤は均質、等方と仮定する。すべり面は図.5に示すように3つ部分(円筒部、端面の平面部、両者をつなぐ曲面部)から成るとする。このように想定するのは、決して直観からではなく、変分法にもとづく計算を何度もくり返し、試行錯誤の上決定したのである。(IIに続く)

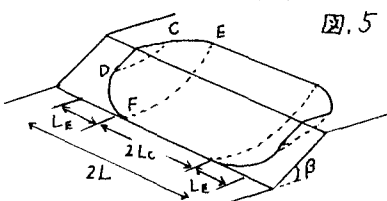
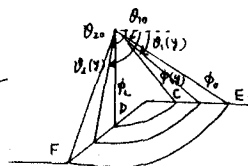


図.5



(参) 1) 中瀬, 港研土質部資料, No.1, 1966.

2) Hunter & Schuster, Geotech. Vol.18, No.3, 1968.

3) Chen, Elsevier, 1975, 4) Casagrande & Carillo, B.S.C.E, 1954, 5) Lo, ASCE, SM.4, 1965.

6) 中瀬, 中瀬, 山下, 安定図表, 技報堂, 1981