

1. はじめに 水資源計画においては、長期間の観測水文データが有用となるが、現実にはそれらを入力できることは希である。そこで入力できる観測水文データをもとに、長期間の水文学データの模倣発生が可能となるような適切なモデルが確立されれば好都合となる。ここでは、月単位の水文学量の模倣発生について、非定常時系列モデルの一つである、周期性ARモデル (Periodic Autoregressive Model) により考察し、さらに適用例を通して、このモデルによる模倣発生手法の有用性について検討するものである。

2. 周期性AR(p)モデルについて 時間間隔 τ の ν 年間の水文時系列 $X_{\nu, \tau}$ を正規化して $Y_{\nu, \tau}$ とおきかえ、周期性AR(p)モデルの基本式は、次式で表わされる。

$$Y_{\nu, \tau} = \mu_{\tau} + \sigma_{\tau} Z_{\nu, \tau} \cdots (1), \quad Z_{\nu, \tau} = \sum_{j=1}^p \phi_{j, \tau} Z_{\nu, \tau-j} + \epsilon_{\tau} \xi_{\nu, \tau} \cdots (2)$$

ここで、 μ_{τ} , σ_{τ} は $Y_{\nu, \tau}$ の平均と標準偏差, $Z_{\nu, \tau}$ は平均0, 分散1の時間従属時系列, $\phi_{j, \tau}$ ($j=1, \dots, p$) は自己回帰係数, $\xi_{\nu, \tau}$, ϵ_{τ} は残差とその分散である。ただし、 $\tau=1, \dots, \omega$ (月水文学では $\omega=12$), $\nu=1, \dots, N$ (年数) である。こうして時間間隔 τ の ν 年間の観測水文データ $X_{\nu, \tau}$ を用いて、周期性AR(p)型に、モデル化する手順は、図-1のじとく設定できよう。

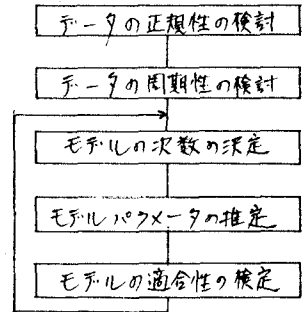


図-1 モデル化の手順

3. 模倣発生手法について 式(1), (2)で表わされるモデルのパラメータ

$\{\mu_{\tau}, \sigma_{\tau}, \phi_{j, \tau}, \dots, \phi_{p, \tau}, \epsilon_{\tau} : \tau=1, \dots, \omega\}$ が、観測水文データにより図-1の手順によって推定され、適合性の検定により確立されるモデルは、次のじとくとなる。

$Y_{\nu, \tau} = \mu_{\tau} + \sigma_{\tau} Z_{\nu, \tau} \cdots (3), \quad Z_{\nu, \tau} = \sum_{j=1}^p \phi_{j, \tau} Z_{\nu, \tau-j} + \hat{\epsilon}_{\tau} \xi_{\nu, \tau} \cdots (4)$ ここで $\xi_{\nu, \tau}$ は平均0, 分散1の標準正規ランダム変数である。こうして、 $\xi_{\nu, \tau}$ に対して、Monte Carlo 手法によって、標準正規乱数を発生させれば、新たな $Z_{\nu, \tau}$, すなわち $Y_{\nu, \tau}$ あるいは $X_{\nu, \tau}$ が模倣発生されることになる。実際には、標準正規乱数を直接発生できないので、次の Box & Muller (1958)²⁾ による方法を採用する。 $\xi_1 = \sqrt{2 \ln(1/u_1)} \cdot \cos(2\pi u_2)$, $\xi_2 = \sqrt{2 \ln(1/u_1)} \cdot \sin(2\pi u_2) \cdots (5)$ ここで、 u_1, u_2 は、平均0, 分散1の標準一様乱数である。以下に具体的模倣発生手法を示す。

(a) 式(5)により、 $\xi_{1, \tau}$ を発生させ、式(4)の $Z_{1, \tau}$ を決定する。ただし $Z_{1, \tau=1}, \dots, Z_{1, \tau=p}$ は0であると仮定する。この手順を $Z_{2, \tau}, Z_{3, \tau}, \dots, Z_{N', \tau} : \tau=1, \dots, \omega$ が発生されるまで繰り返す。ここで、 $N' = N_0 + N_g$ であり、 N_0 は最初の $Z_{\nu, \tau}$ を0とする影響を取り除くための予備発生年数である。実際に有用な発生年数は N_g である。

(b) 発生された $Z_{1, \tau}, Z_{2, \tau}, \dots, Z_{N_0, \tau}, \dots, Z_{N', \tau} : \tau=1, \dots, \omega$ から最初の $Z_{N_0, \tau}$ を除き、残りの N_g 個である、 $Z_{N_0+1, \tau}, Z_{N_0+2, \tau}, \dots, Z_{N_0+N_g, \tau}$ を $Z_{1, \tau}, Z_{2, \tau}, \dots, Z_{N_g, \tau}$ におきかえる。(c) (b)の結果を式(3)に代入し、模倣発生水文学量 $y_{1, \tau}, y_{2, \tau}, \dots, y_{N_g, \tau} : \tau=1, \dots, \omega$ を算出する。さらに、 $x_{1, \tau}, x_{2, \tau}, \dots, x_{N_g, \tau} : \tau=1, \dots, \omega$ に変換する。

4. 適用例 岩手県胆沢川に位置する石淵ダム (集水面積 154.4 km²) への月流入量データ (昭和29 ~ 55年; 27年間) を用いて、図-1の手順に従い確立されたモデル¹⁾、およびこのモデルによる模倣発生結果について以下に述べる。

(1) モデルについて 上記の月流入量データ $X_{\nu, \tau}$ を正規化 (対数変換による) して $Y_{\nu, \tau}$ を用いて確立された 周期性AR(1)型のモデル式および推定されたパラメータ値と、それらを式(6) (7) および表-1に示し

である。 $y_{v,t} = \hat{\mu}_t + \hat{\sigma}_t z_{v,t} \dots\dots (6)$, $z_{v,t} = \hat{\phi}_{1,t} z_{v,t-1} + \hat{\sigma}_{1,t} \varepsilon_{v,t} \dots\dots (7)$ $t=1, \dots, 12$

(2) 模擬発生について

表-1 パラメータ推定値

推定値	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\hat{\mu}_t$	4.863	4.631	5.368	6.938	6.769	5.780	5.890	5.545	5.547	5.487	5.767	5.443
$\hat{\sigma}_t$	0.269	0.373	0.465	0.188	0.332	0.463	0.567	0.577	0.480	0.459	0.280	0.266
$\hat{\phi}_{1,t}$	0.711	0.564	0.317	-0.086	-0.192	0.431	0.093	0.510	0.428	0.084	0.340	-0.184
$\hat{\sigma}_{1,t}$	0.494	0.682	0.899	0.993	0.963	0.814	0.991	0.740	0.817	0.916	0.884	0.966

式(7)の $z_{v,t}$ を模
擬発生手法に従い、

$N_0 = 27$ 年間, $w =$

12ヶ月を1ケース

とし、100ケース発生させ、それらを模擬月流入量データ $z_{v,t}$ に変換した結果の一例を、観測月流入量データ $z_{v,t}$ と比較して図-2に示してある。

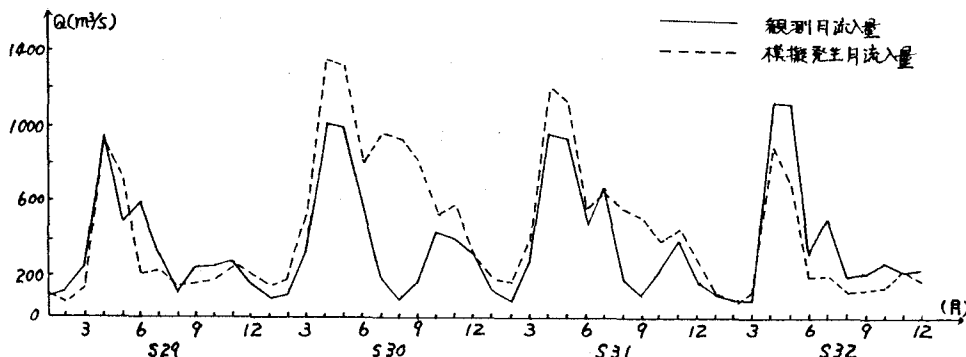


図-2 観測および模擬発生月流入量の一例

また、模擬発生させた27年間1ケースの月流入量の基本統計量と、100ケースについて平均化した結果と観測月流入量のそれと比較して表-2に示してある。

表-2 観測および模擬発生月流入量に関する基本統計量の比較

統計量	テ-グ月	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	平均値
平均値	観測	134.2	110.5	235.8	1048.4	917.3	361.1	413.6	295.7	286.8	266.6	331.5	239.4	386.7
	模擬発生	133.2	114.7	260.5	1045.2	903.0	383.3	441.2	359.5	334.2	276.1	342.4	235.7	402.4
標準偏差	観測	38.8	48.6	98.4	192.3	304.0	191.2	200.0	150.8	144.3	121.0	90.2	65.9	137.1
	模擬発生	30.8	55.1	172.3	172.8	245.1	234.9	297.0	329.5	264.7	148.7	129.3	46.4	177.2
歪み係数	観測	1.037	1.832	0.268	0.228	0.790	1.856	0.447	0.479	1.166	0.888	0.274	0.823	0.841
	模擬発生	0.598	1.174	1.540	0.463	0.721	1.452	1.563	1.953	1.764	1.308	0.967	0.541	1.170

(3) 考察 表-3より、模擬発生させた月流入量の基本統計量における平均値 $\bar{x}$ は、各月およびその平均値において観測値の再現性が良好であることがうかがわれるが、標準偏差 σ および歪み係数 $\hat{\rho}$ の再現性においては、3, 7, 8, 9月に難が見出される。この原因の一つには、図-2の一例に見られるように、特にS30年の7, 8, 9月における模擬発生値と観測値との大きな差異にある。

5. おわりに ここで対象としたような年単位以下の水文時系列は、年同相なものと現われる非定常過程となっており、このような周期性水文時系列に対するモデルとしては、周期性ARモデル、周期性ARMAモデル、ARIMAモデル、あるいは季節性ARIMAモデルなどが提案されている。ここでは、最も簡明な周期性ARモデルに着目し、モデルの確立とそれによる模擬発生を試みたわけであるが、これらの結果が有用であるかどうかについては、観測データの正規化方法、上述の各種モデルによる比較、標準正規乱数の発生手法、あるいは模擬発生データと観測データとの再現性に関する比較項目などにおいて検討する必要がある。時系列モデルによる予測手法の検討とともに、今後の課題としたい。

【参考文献】 1) 山本：“月水流量に対する時系列モデルについて”，利国河東部水研究発表会P43-44, 2) 三浦：“シミュレーション入門”，アイム社 3) J.D.Salas, et al., “Applied Modeling of Hydrologic Time Series”, WRP, 1980.