

パソコンのためのフロンタルスカイライン法による  
ポアソン型方程式の有限要素解析

(株) 東建設研究所  
東海大学工学部

正員 ○千葉治嗣  
正員 島崎洋治

1. まえがき 有限要素法は多様な境界条件を有する問題の解法として、極めて有効な手段であるが、大きな連立一次方程式から成る有限要素法の数値計算を行うには、従来大型コンピュータが必要とされてきた。しかし近年のパソコンの飛躍的機能の向上を鑑みれば、パソコンによる有限要素解析の本格的実用化が期待されるところである。本報ではフロンタルスカイライン法をパソコンに応用し、ポアソン型方程式の有限要素解析を効率よく解くプログラムについて述べる。

パソコンによる有限要素法解析は、フロンタル法とスカイライン法とを組み合わせることにより、コンピュータの記憶容量を最大限に生かすことで可能になる。この方法は従来のフロンタル法と同等か、或はより少ないディスクとのやりとりによってLDU分解していく方法で、主記憶内の方程式の数を使用可能な記憶領域の大きさに応じて増減させることが出来る。更に主記憶装置内の剛性マトリックスは、スカイライン法により不要なゼロの要素を収納することなく記憶させることが出来る。

2. プログラムの構成 プログラムは四つの主要なサブルーチンから成る。

1) サブルーチン WAVE : このルーチンは次の三つの機能を持つ。

- 各セグメントに収納される方程式の順序の決定
- 各セグメントに収納する剛性マトリックスのスカイライン記憶の方法
- 各セグメント間で行われる剛性マトリックスの並べ換えの方法

2) サブルーチン SLIDE : このルーチンは分解が完了していない古いセグメントの中の行を、新しいセグメント中に並べ換える作業をするルーチンである。

3) 剛性マトリックスの組み立てルーチン : これは剛性マトリックスをWAVEで決定した格地に振り分けるルーチンである。

4) LDU分解 : スカイライン法によるLDU分解と逆代入のルーチンである。

プログラムの構成

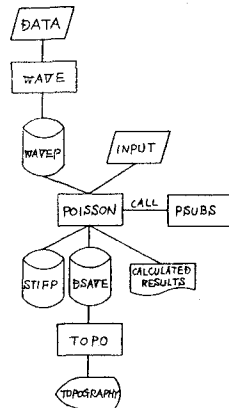


図. 1

図1はプログラムの構成を示したものである。ここに

DATA : WAVEに必要な入力データ (要素数、節点数、要素中の節点の並び方)

WAVEP : WAVEによって作成されたアルゴリズム

INPUT : POISSONに必要な入力データ (節点座標、境界条件の数、定常、非定常、線型、非線型、軸対称問題の判定 等)

POISSON : POISSON型方程式を解くプログラム

PSUBS : POISSONのプログラム内で使用する\*諸量を自由に作成するサブプログラム

STIFF : POISSONによって作成された剛性マトリックスを収納するファイル

DSAVE : POISSONによる計算結果を出力させるためのファイル

\* 熱伝導係数、比熱、発熱量、境界条件の変更など

3. プログラムの検証のために例題として簡単な一次元の非定常問題をとり上げる。

1) 支配方程式、境界条件、初期条件、厳密解

支配方程式  $\partial \varphi / \partial t = \partial^2 \varphi / \partial x^2$  境界条件  $\varphi(x, 0) = u(1, t) = 0$

初期条件  $\varphi(x, 0) = \sin \pi x$

表. 1

厳密解  $\varphi = e^{-\pi^2 t} \sin \pi x$

#### 4. POISSON-PROGRAM による解

図2 は解析した、128要素、289節点の三角形アイソパラメトリック要素である。この問題の場合、ディスク上のセグメントは2つで、時間の刻み  $\Delta t = 0.01$  とし、解析の繰り返し回数は50回とした。使用したパソコンは、PC9801 (RAM=384K; 数値プロセッサを使用) である。演算時間は約90分であった。

表2 にWAVEのアウトプット、表3 にファイルDSAVEに保存された計算結果を示す。表1の厳密解と比較してみると、良く一致している。断面の都合上、表2 は一部省略してある。

#### 5. あとがき フロンタルスカイライン法

をパソコンに応用し、大規模な有限要素問題を大型計算機によることなく、実用上十分に使用出来るようにした。開発した二次元のポアソン型プログラムは、工学的種々の問題に応用出来ると考えられる。例えば、わじり、浸透流、板の問題等が上げられるが、少しのプログラムの変更によって移流拡散の問題なども扱うことが出来る。プログラムは定常、非定常、非線形、更に軸対称問題も扱えるように設計した。又、PSUBSという任意に変更できるサブプログラムの領域をつくり、諸係数、境界条件の変更を可能にした。

今後、弾性問題、流体問題にもこのプログラムを拡張していく計画である。

TAPE SEGMENTS HAVE BEEN CREATED: FILE NAME IS 'B:WAVE'

TOTAL NUMBER OF PRIMARY TAPE SEGMENTS EQUALS 2

表. 2

| A:TYPE B:DSAVE |                                        |
|----------------|----------------------------------------|
| 10             | .1000+00 -.3870-01                     |
| 145            | .50000000+00 .50000000+00 .37239570+00 |
| 20             | .2000+00 -.1440-01                     |
| 145            | .50000000+00 .50000000+00 .13867830+00 |
| 30             | .3000+00 -.5370-02                     |
| 145            | .50000000+00 .50000000+00 .51642900-01 |
| 40             | .4000+00 -.2000-02                     |
| 145            | .50000000+00 .50000000+00 .19231340-01 |
| 50             | .5000+00 -.7450-03                     |
| 145            | .50000000+00 .50000000+00 .71614930-02 |

表. 3

#### (参考文献)

- 1) E.G.Thompson and Y.Shimazaki : A frontal procedure using skyline storage. Int.T.num.Meth.Engng.15.889-910(1980)
- 2) 島崎洋治 : フロンタルスカイライン法による非対称マトリックスの解法、才田回流社の有限要素法解析シンポジウム報告集 P41~P48. 昭和58年
- 3) Y.Shimazaki : Frontal-skyline Method for Symmetric matrices. 土木学会論文集オ一部門掲載予定