

防衛大学校土木工学教室 学生員 飯塚 稔

正 員 三原徹治

正 員 石川信隆

1. 緒言 近年、構造物の限界状態設計法に関する関心が益々高まってきたが、この設計法は使用限界状態（使用時）と終局限界状態（終局時）に対して安全であるように構造物を設計することを目的としている。本研究は、先に著者ら⁽¹⁾が報告した使用時と終局時の制約を同時に考慮した確定論的最適設計法を最適信頼性設計へ拡張するための基礎的段階として、まず使用時と終局時を区別した信頼性解析を行なうものである。従来の信頼性解析においては、この使用時と終局時における照査すべき条件と荷重分布の区別があまり明確でないため、ここでは使用時として、通常の使用設計荷重レベルで作用応力が降伏応力を超過する確率を、また終局時としては極値分布⁽²⁾を用いた終局荷重レベルのもとで構造物の塑性崩壊機構が形成されるとききの崩壊確率を算定した。また従来の設計荷重に対する破壊確率との比較検討を行ない、さらにPNET法⁽³⁾（確率ネットワーク評価法）を用いて真の崩壊確率に近い値を求めた。

2. 使用時に対する信頼性解析 ここでは使用限界状態として使用荷重レベルでの作用応力が降伏応力を超過する確率（弾性限界超過確率）を定義し、その算定法を述べる。

- ① 断面諸定数を確定量、荷重 P を確率量として取扱えば、使用荷重レベルにおける各断面 j の作用応力 σ_j は線形弾性解析により外力荷重 P の関数となり、次のように確率量として表わされる。

$$\sigma_j = f_j(P) \quad (1)$$

- ② したがって、弾性限界の超過に対する安全余裕 Z_j は次式のように表わされる。

$$Z_j = \sigma_{yj} - \sigma_j \quad (2)$$

ただし、 σ_{yj} ＝断面 j の降伏応力で確率量。

- ③ 確率計算により各断面 j の弾性限界超過確率 P_{Lj} は次式によって求めることができる。

$$P_{Lj} = \Phi(-\mu_{Zj}/\sigma_{Zj}) \quad (3)$$

ただし、 μ_{Zj}, σ_{Zj} ＝式(2)の Z_j に対する平均値と標準偏差。

- ④ 構造物全体としての弾性限界超過確率 P_L と P_{Lj} の中から次のように評価する。

$$P_L = \max_j P_{Lj} \quad \text{or} \quad \sum_j P_{Lj} \quad (4)$$

3. 終局時に対する信頼性解析 終局限界状態として、終局荷重レベルとして極値分布を用いた荷重分布を採用し、この分布のもとで構造物の崩壊メカニズムが形成されるとききの崩壊確率を算定する。

- (1) 極値分布の基本概念 一般にある確率密度関数 $f(x)$ または確率分布関数 $F(x)$ をもつ母集団より得られた n 個の標本の最大値 x_n の分布は次式のように表わされる。

$$p(x) = dP(x) = n[F(x)]^{n-1}f(x)dx \quad (5a)$$

$$P(x) = [F(x)]^n \quad (5b)$$

ただし、 $P(x)$ ＝極値分布の確率分布関数、 $p(x)$ ＝極値分布の確率密度関数、 n ＝標本数。

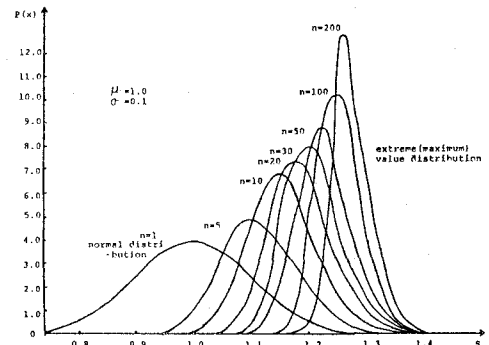


図 7 極値分布の確率密度関数

表 1 近似正規分布の平均と標準偏差

n	1	5	10	20	30	50	100	200
μ'	1.00	1.10	1.15	1.17	1.20	1.22	1.25	1.26
σ'	0.10	0.07	0.06	0.05	0.045	0.04	0.03	0.02
cov'	0.10	0.06	0.05	0.04	0.04	0.03	0.02	0.02

いま母集団として平均値 1.0，標準偏差 0.1 の正規分布を用いて，式(5)の極値分布の確率密度関数 $p(x)$ を描くと， $n=5, 10, \dots, 200$ に対して図-1 のような極値分布になる。この分布は厳密な正規分布にはなっていないが，これを次のような仮定を用いて正規分布に近似する。

- (i) 極値分布の最頻値を近似正規分布の平均値とする。
- (ii) 近似正規分布の標準偏差 σ は， $\sigma = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2)$ により求める。ただし $\sigma_1, \sigma_2 = \max p(x) \times 0.606$ に相当する極値分布の荷重強度と平均強度との差を示す。この近似正規分布の平均値および標準偏差の値を n をパラメーターとして示せば表-1 のようになる。

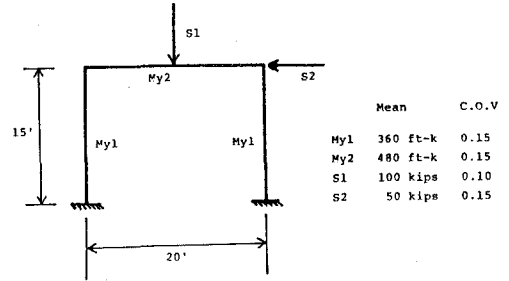


図-2 門形ラーメン

表-2 計算結果

	Service load level Pf_L	Former method Pf_N	Ultimate load level Pf_E
$Pf^{(0)} = \max_i Pf_i$	0.072	0.035	0.169
$Pf(PNET)$	0.092	0.036	0.177
$Pf^{(1)} = \sum_i Pf_i$	0.137	0.087	0.261

(2) 崩壊確率の算定法

① 構造物の崩壊モード（基本モード+組合せモード）を求める。

② この各モードに対して崩壊に対する安全余裕 Z_i は次式で表わされる。

$$Z_i = U_i - W_i \quad (6)$$

ただし， $U_i = i$ モードにおける塑性ヒンジのなす内力仕事， $W_i = i$ モードにおける終局荷重（極値分布）による外力仕事。

③ レベルⅢの確率計算により，各モードごとに崩壊確率を次式により求める。

$$P_{fi} = \Phi(-\mu_{Z_i} / \sigma_{Z_i}) \quad (7)$$

ただし， μ_{Z_i}, σ_{Z_i} は式(6)の Z_i に対する平均値と標準偏差。

④ 構造物の崩壊確率 P_E を P_{fi} の中から評価する。

4. PNET法による P_E の評価法⁽³⁾ PNET法(Probabilistic network evaluation technique)とは各崩壊モードの相関を考慮して崩壊確率を求める方法である。まずモードごとの崩壊確率を計算して最大値を与えるモードと他のモードとの相関係数を算出し，次にこれらはある一定値（例えば0.6）以上のものを完全相関として1つのグループにまとめ，最大値を与えるモードの崩壊確率で代表させる。このグループから残ったモードで次のグループを作り，これを繰り返してすべてのモードをグループ分けする。よって真の崩壊確率は代表モードの崩壊確率の和で与えられる。本研究では，この方法を弾性限界超過確率にも適用して算出した。

5. 計算例 まず既往研究との比較検討を行なうため，図-2に示すような門形ラーメンについて使用荷重レベル（正規分布）における弾性限界超過確率 P_L および崩壊確率 P_N ，終局荷重レベル（極値分布 $n=50$ ）における崩壊確率 P_E をそれぞれ算定した。計算結果は表-2に示すようになり，これから以下のことが考察される。

- (1) まず， P_N はモンテカルロシミュレーションを用いた Ang らの方法による値と全く一致した。
- (2) P_L の値は， P_N の値よりも約2倍以上大きくなっており，この差が大きいほど崩壊までの予備の負荷能力の大きいことを示している。
- (3) 極値分布を用いた P_E は正規分布を用いた P_N よりも極めて大きく表われているが，これは使用荷重レベルとして正規分布を用い，その中の最大値を各年ごとに取出した極値分布を用いたためで，崩壊確率がより明瞭に示されることが確認された。

4) PNET法による値 $P(PNET)$ は， $P_f^{(0)} (= \max_i P_{fi})$ と $P_f^{(1)} (= \sum_i P_{fi})$ の間にあり $P_f^{(0)}$ により近いことが認められた。

参考文献：(1) Ishikawa, N. et al.; Optimal Design of Skeletal Structures under Elastic and Plastic Design Criteria, Proc. of JSCE, Str. Eng./Earthquake Eng., Vol. 1, No. 2, pp. 97-104, Oct. 1984 (2) E. J. Gumbel; Statistics of Extremes, 1957 (3) A. H.-S. Ang and H.-F. Ma; ON THE RELIABILITY OF FRAMED STRUCTURES. Proc. of the Speciality Conference on Probability, Am. Soc. of Civ. Engs. Tucson, Arizona, Jan. 1979.