

早稲田大学理工学部	学生員	○ 萩原 聡
早稲田大学大学院	学生員	末武 義崇
早稲田大学理工学部	正 員	平嶋 政治
早稲田大学理工学部	正 員	依田 照彦

1. まえがき

I形曲線桁の解析では、そのウェブの一部を取り出し円筒パネルと見なして有限変位解析を行なうのが、一般的であった。これに対して、フランジ部分を含めたI形曲線桁全体について有限変位解析をすべきであるとの観点から、変位法を中心とする有限要素解析が幾つか報告されている。^{1),2)}

本報告では、取扱いが容易であり精度も比較的良好な、Herrmannの混合法を用いフランジ部分を含めたI形曲線桁の有限変位解析を行なった。荷重条件は、ウェブ部では線形、フランジ部では一様な分布の強制変位を与える変位制御と、ウェブ部では線形、フランジ部では一様な分布の応力を与える応力制御とし、境界条件はウェブ両端を単純支持として、フランジの厚さを変化させて増分法による有限変位解析を行なった。また、ウェブパネルのみを取り出し、境界条件を四辺単純支持または接合辺のみ固定支持として解析した。両者の結果から、フランジの厚さ、制御の手法の違いが、桁の力学的挙動に及ぼす影響を考察した。

2. 要素剛性マトリックス

和田、滝らは、Herrmannの板曲げ要素剛性式に、面内力の影響を考慮した仮想仕事の原理を組み合わせ、増分法による有限変位解析に対する混合要素を用いた有限要素の定式化を行ない、三角形平板要素に対する要素増分剛性式として、次式を導いた。

$$\begin{bmatrix} A+C' & B^T H^T \\ H B & -G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta R \\ \Delta M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta R \\ -\Delta \Phi \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここに、 ΔR は節点変位、 R は節点力、 M は要素境界に沿う曲げモーメント、 Φ は要素境界の回転角の積分値をそれぞれ示しており、 Δ は増分量を意味している。また、式(1)左辺の要素剛性マトリックスにおいて、 G は曲げ、 H は力の釣り合いをそれぞれ表現するマトリックスで、 A は面内剛性マトリックス、 C' は初期応力マトリックスである。 $A+C'$ の部分が非線形性を表わしている。

次に、ウェブとフランジの接合部のモーメントの釣り合い条件を付帯条件と見なしLagrangeの未定乗数を導入して、要素増分剛性式の再定式化を行なうと次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} K & R^T \\ R & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta u \\ \lambda \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta F \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

ここに、 K は式(1)左辺の全体マトリックス、 Δu は式(1)左辺の節点変位と曲げモーメントの増分を表わす全体マトリックス、 ΔF は式(1)右辺の節点力と回転角の増分を表わす全体マトリックスである。さらに、 R は接合辺の平衡条件を表わすマトリックス、 λ はLagrangeの未定乗数マトリックスを表わす。

尚、和田、滝らは、変形前の座標から計算し、荷重増分を各段階で修正することで誤差を補正しているが、本報告では変形前の座標から C' を求め、各増分区間でNewton-Raphson法による反復計算を行ない誤差を補正し

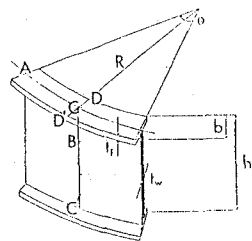


図1. 曲線I桁

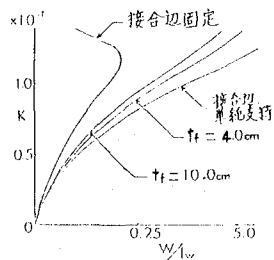


図2. 面外変位挙動 (B点, 変位制御)

た。収束の判定は、変位変動を1.0%以下とした。

3. 解析モデル

I形曲線板の解析モデルを図1に示す。数値計算にあたり、使用した曲線板の寸法、材料定数は次のとおりである。

曲率半径: $R = 100\text{ m}$, 桁高: $h = 1.5\text{ m}$,
中心角: $\theta = 0.015\text{ rad}$, フランジ厚: $t_f = 4.0, 10.0\text{ cm}$,
フランジ幅: $b = 0.6\text{ m}$, ウェブ厚: $t_w = 1.0\text{ cm}$,
ヤング率: $E = 2.1 \times 10^6\text{ kg/cm}^2$, ポアソン比: $\nu = 0.3$,

荷重条件、境界条件については前述のとおりである。尚、ウェブパネルのみについての解析モデルは、フランジを取り除いただけで、パネルの寸法、材料定数などは上記のフランジ付きのモデルと同一である。

4. 解析結果

図2〜7に解析結果を示す。各図において、 K は強制変位を表すパラメータであり、 $K = \delta/t_w$ (δ はA点の強制変位)である。また、 W は面外変位、 σ_A はA点の応力を表す。図2, 3はB点における面外変位挙動を、変位、応力制御について、それぞれ描いたものである。図4は、C-C'辺の面外変位モードであり図2の変曲点の前後 ($K = 0.04$) について描いており図5は変位制御と応力制御について、面外モード変位の比較をしたものである。図6では、圧縮フランジ中央 (D-D') の回転を応力制御の場合について描いており、図7では接合辺に沿う曲げ応力分布を応力制御の場合について描いてある。図2〜5より、接合辺での拘束が大きくなると、ウェブの変位は小さくなり、また応力制御と変位制御では変位挙動やモードに類似の傾向がある。図7より、端部と中央部で応力の符号が異なり、フランジのねじれが生じていることがわかり、また荷重レベルが大きくなると中央部での応力が低下することがわかる。

5. まとめ

本報告の結果から以下の結論が得られた。

- (1) 接合辺の拘束が大きくなると、ウェブの変位は小さくなる。
- (2) フランジの厚さを大きくすると、フランジの回転は小さくなる。
- (3) 接合辺の応力分布に関し、フランジのねじれが、荷重レベルを大きくすると、フランジ中央部に応力低下がそれぞれ生じる。
- (4) 応力制御と変位制御では、変位挙動やモード等の定性的な性質については類似している。

参考文献

- 1) 倉西 穂彦: 曲げを受ける曲線プレートとD型のウェブプレートの単性挙動に関する工学論文報告集, 1981/11.
- 2) 藤井 大村: 曲線形断面変形の非線形有限要素解析, 本島大学工学部研究報告, 1983.
- 3) 和田 浩 他: 混合要素を用いた板かくの増分法による幾何学的非線形解析, 日本機械学会論文集, 1980.
- 4) L.R.Herrmann: A Finite-Element Analysis for Thin Shells, AIAA JOURNAL, 1968.

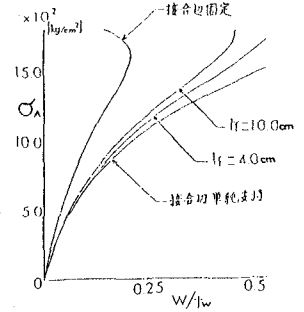


図3. 面外変位挙動 (B点, 応力制御)

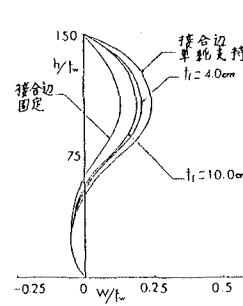


図4. 面外変位モード (C-C'辺, $K = 0.04$)

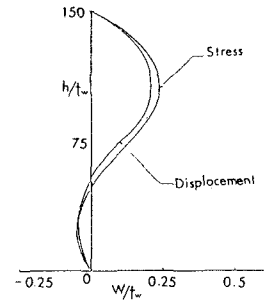


図5. 面外変位モードの比較 ($K = 0.04$)

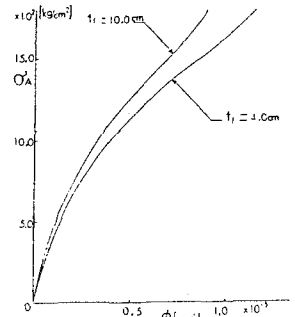


図6. 圧縮フランジ中央 (D-D') の回転 (応力制御)

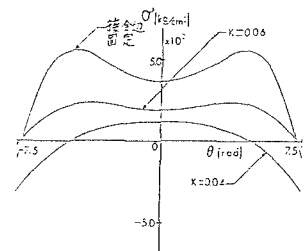


図7. ウェブ接合辺の曲げ応力分布 (応力制御)