

防衛大学校土木工学教室 正 員 石川 信隆

学生員 香月 智

" ○石郷岡靖夫

1. 緒言 近年、弾塑性地盤上のはりの弾塑性解析に関する研究が、軟弱地盤上に敷設する道路マットや横杭およびガス・水道管などの埋設パイプラインの³⁾地震時挙動を解明するうえで益々重要となってきた。これらの解析に関する研究で最も知りたいのは、地盤に接触するはりの沈下量がどれ位生ずるかである。本研究は、この沈下量がある許容沈下量以下になるように制約した地盤上のはりの最適弾塑性設計法の開発を試みたものである。静的荷重を対象として変形制約を考慮した最適弾塑性設計に関する研究は、従来あまり見受けられず、僅かに著者らの⁴⁾トラス構造を対象としたものがあるにすぎない。本研究は、地盤-構造系の変形制約を考慮した最適弾塑性設計法を確立するための第一歩として、まず図-1(a)のような地盤上の変断面ばりを図-1(b)のように有限個の地盤ばね要素とはり要素からなる構造モデルと考え、次にホロノミック弾塑性解析法を利用して、地盤ばねの沈下量制約のみを考慮した最小重量設計を定式化した。さらに、S L P (逐次線形計画法)を用いて降伏地盤ばねを逐次選択する感度解析を行ない、中央集中荷重を受ける地盤上の変断面ばりの最適断面厚配分を決定しようとしたものである。なお、本研究では微小変形理論に従うほか、地盤ばね要素の挙動は図-2に示すような硬化型の弾塑性モデルとする。

2. 最適弾塑性設計 (1) 設計の基本式 設計の基本概念は、地盤上の変断面ばりに荷重を作用させるとはりには沈下量が生じるが、この沈下量を制約したうえで、はりの総体積を最小とるように理想的な断面厚形状を決定しようとするものである。まず最適弾塑性設計の基本式は、文献4)で終局時制約を取り除き次のように定式化できる。

$$\text{目的関数: } V = \mathbf{a}^T \mathbf{X} \rightarrow \min \quad (1)$$

$$\text{制約条件: } \begin{bmatrix} \Phi_B \\ \Phi_S \end{bmatrix} = \mathbf{B}(\mathbf{X}) + \mathbf{D}(\mathbf{X}) \begin{bmatrix} \lambda_B \\ \lambda_S \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\Phi_B^T \lambda_B = 0, \quad \Phi_S^T \lambda_S = 0 \quad (3)$$

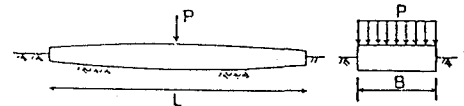
$$\lambda_B = 0, \quad \lambda_S \leq \lambda_{sa} \quad (4a), (4b)$$

$$\mathbf{X} \geq \mathbf{X}_{\min} \quad (5)$$

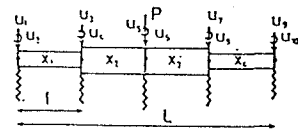
$$\text{ただし, } \mathbf{B}(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_B^T & 0 \\ 0 & \mathbf{N}_S^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{k}_B & 0 \\ 0 & \mathbf{k}_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{C}_B \\ \mathbf{C}_S \end{bmatrix} \left[\mathbf{K}_e^{-1} \right] \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{R} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{R}_B \\ \mathbf{R}_S \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D}(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_B^T & 0 \\ 0 & \mathbf{N}_S^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{k}_B & 0 \\ 0 & \mathbf{k}_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{C}_B \\ \mathbf{C}_S \end{bmatrix} \left[\mathbf{K}_e^{-1} \right] \begin{bmatrix} \mathbf{C}_B^T & \mathbf{C}_S^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{k}_B & 0 \\ 0 & \mathbf{k}_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{N}_B & 0 \\ 0 & \mathbf{N}_S \end{bmatrix} \\ - \begin{bmatrix} \mathbf{N}_B^T & 0 \\ 0 & \mathbf{N}_S^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{k}_B & 0 \\ 0 & \mathbf{k}_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{N}_B & 0 \\ 0 & \mathbf{N}_S \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{H}_B & 0 \\ 0 & \mathbf{H}_S \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_e = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_B^T & \mathbf{C}_S^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{k}_B & 0 \\ 0 & \mathbf{k}_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{C}_B \\ \mathbf{C}_S \end{bmatrix}$$



(a) Actual structure and loading



(b) discrete structural model

図-1 地盤上のはりの構造分割モデル化

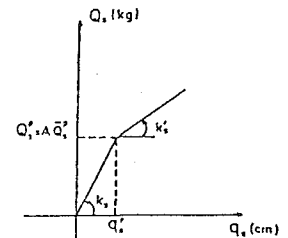


図-2 地盤ばね要素の弾塑性挙動

V : 構造全体積, $\mathbf{a}$: (要素長 $\times$ 断面幅) ベクトル, $\mathbf{X}$: 断面厚ベクトル, λ : 塑性乗数ベクトル, λ_{sa} : 許容塑性乗数ベクトル, Φ : 降伏関数ベクトル, $\mathbf{N}$: 単位法線外向きマトリクス, $\mathbf{k}$: 集合剛性マトリクス, $\mathbf{C}$: 適合マトリクス, $\mathbf{F}$: 外力ベクトル, $\mathbf{R}$: 塑性容量ベクトル, $\mathbf{H}$: 硬化係数マトリクス, ただし添字 B, S はそれぞれはり要素, 地盤ばね要素を示している。

式(1) ははりの総体積が最小になることを示し、式(2),(3) はホロノミック弾塑性解析における基本式をまとめたもので、弾性限を越えたある荷重レベルでの弾塑性変形状態を求めることができ、式(4a)ははりに塑性変形が生じない条件を意味し、式(4b)ははりの沈下量がその直下の地盤ばねの内変形 q_{si} に等しいので、地盤ばねの内変形 q_{si} が許容値 q_{sai} を越えないという条件と地盤ばねの降伏条件より、地盤ばねの塑性内変形 λ_{si} が許容値 λ_{sai} を越えないという次の制約条件が得られる。 $\lambda_{si} \leq \lambda_{sai}$ (6) ただし、 $\lambda_{sai} = (q_{sai} - R_{si}/k_{si}) / (N_i + H_{si}/k_{si})$ 。また、式(5) は最小断面厚制約を表わしている。

(2) 解法 式(1)～式(5) の解法に当たっては式(3) を除いてSLPを用いて解くこととした。式(3) は降伏条件がアクティブ ($\phi_i=0$ で $\lambda_i \geq 0$) な組と、アクティブでない ($\phi_i < 0$ で $\lambda_i=0$) 組とに判別する一種の感度解析を意味する。すなわち、式(2) で $\phi_i=0$ に対応するdual変数 β_i が $\beta_i > 0$ となるとき、降伏地盤ばねが選択されたことを意味し、 λ_{si} を考慮した式(4b)の制約式を含む設計を行ない、ある降伏地盤ばね要素が選択されなくなるまで再設計を繰り返すことになる。

3. 計算例 設計例として、幅25cm、長さ100cm の鋼板SS41 ($E=2.1 \times 10^3 \text{ t/cm}^2, \sigma_y=2.4 \text{ t/cm}^2$) のはりの中央に $P=1 \text{ t}$ の集中荷重が作用する場合を考える。はりを20等分して、図-3のようなはり要素と地盤ばね要素からなるモデルに置換する。計算にあたり、地盤ばねの諸元については文献5)の実験結果より、 $k_s=1.0 \text{ kg/cm}$ 、 $k'_s=0.267 \text{ kg/cm}$ 、 $q_s=0.5 \text{ cm}$ を用い、最小断面厚は $X_{min}=0.01 \text{ cm}$ を採用した。設計結果として、各節点における許容沈下量 $\lambda_{sa}=2.0 \text{ cm}$ とした場合の最適断面厚分布を図-4に示す。図-5は、最適弾塑性設計で得られた断面厚のはりについて弾塑性増分解析を行なった結果で、各荷重段階での沈下量分布とモーメント分布を示している。これより、1)最適断面厚分布は、中央載荷点から端部に向かってほぼ線形的に細くなっていく傾向がある。2)はり要素①～⑤、⑯～⑳の部分では、設計制約として与えた最小断面厚 X_{min} になっている。これは、沈下量分布、モーメント分布から明らかなように、はね上がりを生じており、内力分担に寄与していないためといえる。従って、設計的にみれば必要のない部分である。3)沈下量分布をみると、 $P=0.444 \text{ t}$ の段階で中央点の地盤ばねが弾性限界変形量 $q_s=0.5 \text{ cm}$ に達し降伏している。設計荷重 $P=1 \text{ t}$ では、中央点のはりの沈下量が許容沈下量 $\delta_a=2.0 \text{ cm}$ に達しており、いずれの断面においてもモーメントが塑性モーメントには達しておらず、耐力には余裕のあることがわかる。従ってこの設計が、沈下量制約によって決定されていることが確認できる。

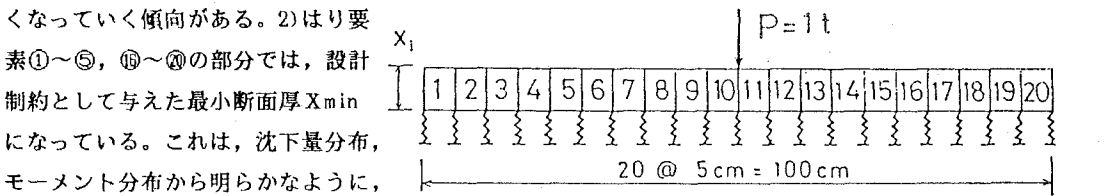


図-3 設計モデル

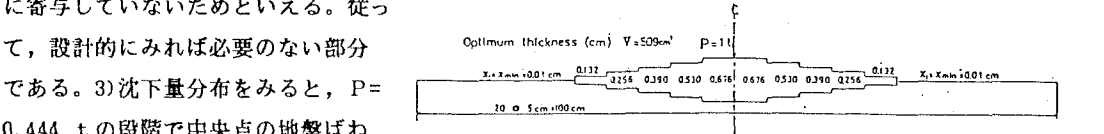


図-4 中央点載荷の場合の最適弾塑性設計結果

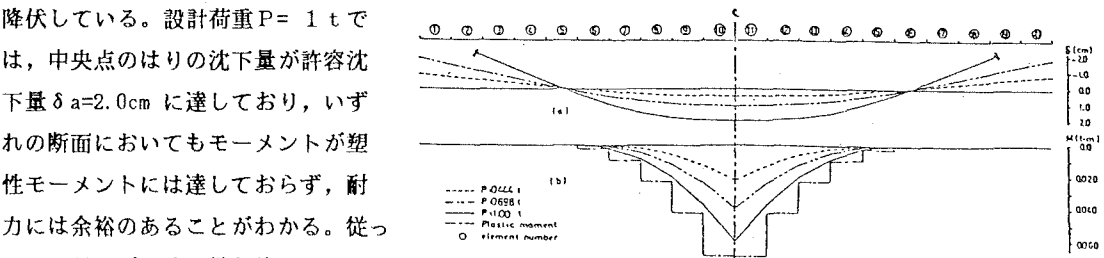


図-5 設計結果に対する弾塑性増分解析の結果

(a) 沈下量分布 (b) モーメント分布

【参考文献】1) Ishikawa, N., Nagaki, K.: Elastic-Plastic Analysis of Beams on Elastic-Plastic Foundation by Linear Programming, Memoirs of National Defense Academy, Japan, Vol. 22, 1982. 2) Maier, G., Grierson, D. E. and Best, M. J.: Mathematical Programming Methods for Deformation Analysis at Plastic Collapse, Computers and Structures, Vol. 7, 1977. 3) 佐藤, 香月, 石川: 強制地盤変形を受ける平面埋設管路の弾塑性解析, 土木学会論文集, 第350号, 1984年10月. 4) 石川, 香月: 降伏部材選択方式によるトラス構造物の最適弾塑性設計法に関する一考察, 土木学会論文集, 第350号, 1984年10月. 5) 永木: 地盤上のはりの弾塑性解析に関する研究, 防衛大学校理工学研究所卒業論文, 昭和56年3月.