I－2

混合法による川井モデルの離散化極限解析法について

○（株）国際テクノロジーセンター　正員　竹内　則雄
東京大学生産技術研究所　　　　　　正員　川井　忠彦

1．はじめに

川井モデルは一般化された極限解析用のモデルであり、要素境界辺上に集中化されたエネルギーを基に応力計算を行う。自由度として、要素重心の剛体変位をパラメーターに設定するため、解析法そのものは従来の有限要素法と何等変わる所はない。しかし、得られる結果は要素境界辺上の単位長さ当たりの表面力であり、従って、破壊等の非線形問題を論じる場合、応力テンソルではなくベクトル、即ち合力を扱わなければならない。この点が主応力を扱う従来の有限要素法と大きく異なる所である。

さて、非線形計算法として、要素剛性行列をその都度修正してゆく荷重増分法と、あらかじめ荷重増分を定め残差力を収束計算により再配分してゆく反復法等がある。前者の代表的な計算法には山田の方法がある。この方法は川井モデル流に解釈すると、要素境界辺上のバネを一つ一つ破壊させせいゆく方法であり、計算時間はかかるものの、確実に崩壊荷重を捕らえる事ができる。一方、後者の反復計算法は、与えられた荷重増分に対するバネの破壊状態を収束計算によって求める方法で、弾性状態の剛性行列を利用するため荷重増分さえ誤って設定しなければ計算時間の効率化を計ることができる。

本論では上述の二つの方法を組み合わせる混合法を取り上げ川井モデルに適用する方法について述べる。

2．荷重増分法

材料非線形問題に対する数値計算法については数多くの発表があるがここでは山田の方法について述べる。

1）増分段階の始めに塑性化した（すべりの発生した）スプリングとそうでないスプリングに分けて考え、すべり線となったスプリングは塑性化後のバネ行列を用いて全体剛性行列を組み立てる。

2）与えられた荷重増分に対して1で求めた剛性行列を解き、増分表面力Δσを求める。この結果得られた表面力を前回の表面力に加え合わせ、その表面力のすべてが降伏強度と等しいか、あるいは小さくなるような増分率　min を求める。

3）2で求めた　min を増分表面力Δσにかけ、前回の表面力とたし合わせることでこの段階の表面力とする。ここで、降伏強度に達したスプリングは、以後塑性流れ則に従うものとする。

4）1～3を所定の荷重になるまで繰り返す。

ここでの議論は、塑性変形を伴う問題では、弾性状態のバネについていつそれが降伏して塑性状態になるかに重点が置かれている。図1はその簡単な説明図である。n が前回の応力位置でn＋1が今回求まったΔσを前回の応力に加え合わせた位置である。すなわち、今回の増分値はＰＲということである。Ｒが明らかに初期降伏曲面上の点Ｑを越えていれば、ＱＲという余分な応力が作用していることになる。そこで、ＲをＱの位置まで戻し、ＰＱの弾性部分だけ取り残すことを考えれば

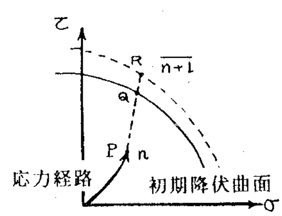

図1　増分率

$$r = PQ/PR \quad (1)$$

なる増分率　を計算し、前回の応力にΔσ・r を加えてやれば余分な応力は受け持たないことになる。このをすべてのスプリングについて計算し、最小のものを　minとして今回の増分率とすればよい。

3．反復法

反復法は、全荷重下でのつり合い条件が満足されるまで、解を連続的に修正してゆく方法である。

1）荷重を与えそれに対する弾性応力とひずみ増分を計算する。

2）1において降伏条件を越えているスプリングがあれば弾性部分の応力と余分な応力に分割する。

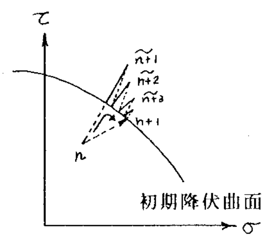

図2　反復法

3）2において分割された残りのひずみは実際には塑性ひずみとして働くはずであるので塑性化後のD行列を利用し、塑性化後の応力を求める。

4）3で求めた塑性化後の応力と2において求められた余分な応力の差が余剰力として次ぎの収束計算の荷重項とする。また、弾性部分の応力と塑性化後の応力の和が収束過程における今回の応力となる。

5）2～4を収束するまで繰り返す。

図2は上記の収束過程を図化したものである。上記の方法で問題となるのはいかにして弾性部分の量と余分な量に分けるかということと収束判定をどのようにするかという二つの事柄である。まず前者について考える。図3は収束過程の第一回目の図である。もともとPにあった応力が増分荷重の作用によってRに飛び出した状態を示している。余分な量と弾性量に分割するためにはQ点を知り、PQとPRの比を求めればよい。

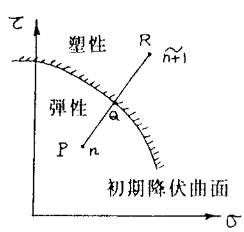

図3　余剰力

$$\sigma \quad = \sigma \quad \cdot (PQ/PR) \qquad (2)$$

(2)式の係数は山田の方法における(1)式と全く一致する。従って、初期降伏は山田の方法における荷重増分率を利用し、さらに一度再配分を行った要素についてはひずみの勾配が負にならない限り上記の3と4を繰り返せばよい。

4．混合法による数値計算例

混合法はある荷重増分段階内においては3の反復法を行い、収束後、塑性化後の剛性行列を用いて次の荷重増分に対する収束計算を行う方法である。

ここでは簡単なポンチの押し込み問題を例にとりこの方法を適用してみる。図4は山田の方法による結果で、図5、図6は混合法によるすべり線である。図5は荷重増分P/2Cを（1.325,0.65,0.65)とした場合で、図6は（1.325,0.65,0.35,0.325,0.025)とした場合である。図からも理解されるように混合法では崩壊荷重時のすべり線を把握するのは難しい。一方、図7は荷重－変位曲線である。荷重増分法と混合法では多少異なる傾向がある。

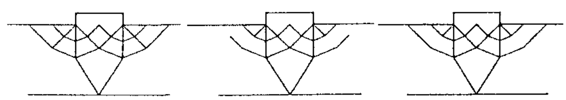
図4　ケース1　　図5　ケース2　　図6　ケース3

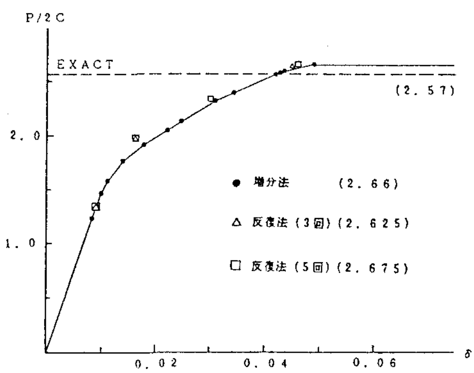

図7　荷重－変位曲線

5．むすび

ここでは荷重増分をあらかじめ与えて計算を行ったが、ここで提案した方法では山田の方法における荷重増分率を常に計算しているため、ある種の誤差判定を付加して荷重増分をプログラム内部で自動的に設定し、通常の山田の方法より少ない荷重増分数で計算可能になるものと思われる。

[参考文献]

竹内・川井："川井モデルにおける弾塑性解析法についての一考察"、第5回日本シミュレーション学会研究発表会資料,pp65-70(1984,11)