IV－6　高校の土木応用力学を どのように教えるか

東京都立小石川工業高等学校　正会員　三浦 基弘

(a) はじめに

１９８２年度より高等学校学習指導要領の改定で、「土木応用力学」の名称のついた教科書はなくなった。この教科は「土木設計」という教科に繰り込まれた。いままでの「土木設計」の内容は、橋梁工学と鉄筋コンクリート工学であったが、新たに土木応用力学が加わることになった。生徒の実状を考え、専門分野別の小教科をまとめて大教科にすることは、必ずしも望ましくないことではない。しかし、これらの教科をまとめた教科書のページ数は、相対的に減ってしまった。個々の専門分野の内容は一応網羅しているが、ページ数の制約のため少なからず生徒の理解力を養うことに不十分さがでてきている。とくに、橋梁工学と鉄筋コンクリート工学はそうである。

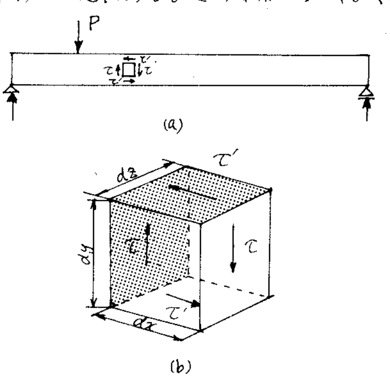
土木学会関東支部年次研究発表会に小論を毎年発表して１０年経った。土木応用力学を生徒に教えるにあたり、系統的な教科内容の精選など、さまざまな工夫をこらしてきた。今回は、曲げモーメントと剪断力について、組み合せ法、重ね合せ法を用いての報告を述べたいと思う。

(b) 剪断力 —— 水平剪断力と鉛直剪断力の関係

初めから生徒に細かいことを教えると、生徒は消化不良をおこす。しかし、一定の力学を教えたら、より細かいところまで教え込まないと生徒の思考力を育てることにはならないのではないかと思う。絵画を描く場合、まずデッサン、これが終ると細部の仕上げをしていくのと同じである。

部材の内部に働く水平剪断応力 (horizontal shearing stress) と鉛直剪断応力 (vertical shearing stress) について次のように生徒に説明をした。

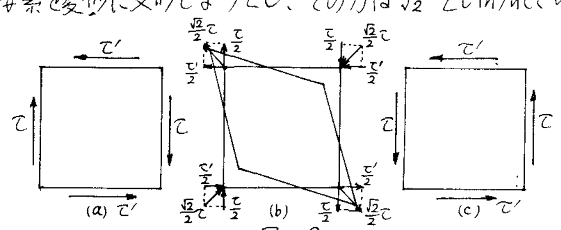
いま、荷重を受けた長方形断面の梁がある(図1－(a))。曲げモーメントと剪断力が生じて静止状態にある。この内部にある微小な直方体要素に注目してみる。この要素も当然、静止状態にある。この要素を拡大してみる(図1－(b))。いま、水平剪断応力度をτ'、鉛直剪断応力度をτとすると、水平面に働く剪断力は、$\tau' \times dx \times dz$である。よって水平剪断力の働く偶力は、$(\tau' \times dx \times dz) \times dy$である。反時計回り(counterclockwise)であるから　$M = -\tau' \times dx \times dy \times dz$　となる。



図－1

次に、鉛直面に働く剪断力は、$\tau \times dy \times dz$である。よって、鉛直剪断力が働く偶力は、$(\tau \times dy \times dz) \times dx$になる。よって　$M = \tau \times dx \times dy \times dz$　この微小な直方体要素がつりあいの状態になるためには　$\Sigma M = 0$　が成り立たなければならない。よって　$-\tau' \times dx \times dy \times dz + \tau \times dx \times dy \times dz = 0$　∴　$\tau' = \tau$　すなわち、梁の内部に働く任意断面の位置の水平剪断応力度は、鉛直剪断応力度に等しいことになる。

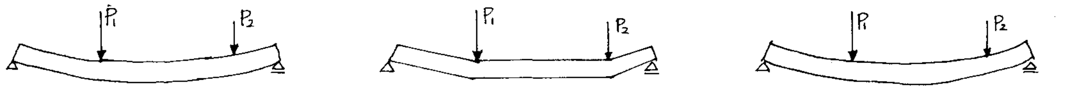
このことをおさえて、単位厚さの正方形要素の剪断応力度のつりあいを考えると図－2(a)(b)になる。剪断力が、要素を菱形に変形しようとし、その力は $\frac{\tau}{\sqrt{2}}$ といわれている。この説明は、$\tau' = \frac{\tau'}{2} + \frac{\tau'}{2}$ に分解し上下左右に分力として力をおく。τも同様である。すると図－2(b)のように、水平、鉛直剪断応力度は、４５度面の引張、圧縮の鉛直応力度の組み合せ効果と同じである。つまり剪断は要素を菱形にかえようとする働きがあるのである。このことがわかると、生徒は図－2(c)を描かなくなるのではなかろうか。



図－2

(b) 梁の曲げ応力度 ―― 部材の変形との関係

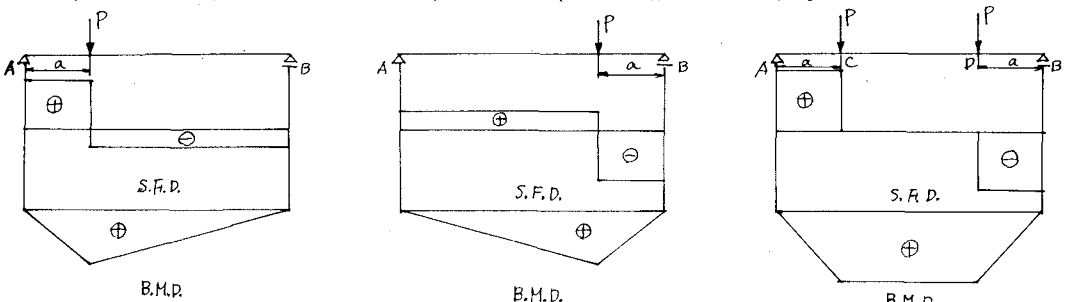
梁に荷重がかかり変形する原因となる要素は、曲げモーメントと剪断力である。つまり、曲げモーメントと剪断力の合成量によって変形している。いまP_1, P_2の荷重が単純梁に載っている（$P_1 > P_2$）。いま図－3(c)のよう



(a) 曲げによる変形　(b) 剪断による変形　(c) 合成された実際の変形 (a)+(b)

図―3

に実際に変形したとする。厳密に考えると、曲げによる変形（図－3(a)）と剪断による変形（図－3(b)）に分けることができる。つまり、実際の変形は曲げと剪断の合成量によっておこるものなのである。こういう考え方ができると、たわみ曲線の曲率半径を求めるための理論化に、とても役に立つことになる。



(a)　(b)　(c)

図―4

いま、単純梁にA支点よりaの位置に荷重Pを載せる。すると、S.F.DとB.M.Dは、図－4(a)になる。つぎに、B支点よりaの位置に荷重Pを載せると、S.F.DとB.M.Dは、図－4(b)になる。図－4(a), (b)ともに、A、B両点を除いた位置では、曲げモーメントと剪断力の影響を受けていることがわかる。さて、ここで重ね合せの法により、図－4(a), (b)を重ねてみる。すると図－4(c)になる。いまここで単純梁ABの区間C～Dについて考えてみよう。C～D間の応力についてみると、剪断力は生じていない。ただ一定の曲げモーメントだけ生じている。つまり、C～D間の応力状態は単純曲げになる。この場合の変形は、曲げモーメントが一定であるから曲げ変形も均一で、材軸の示す曲線は円弧状になる。ところが区間A～Cと区間D～Bは、曲げモーメントと剪断力が同時に生じ複雑曲げになる。梁の内部の応力度分布は複雑になり放物線状になる。よって曲率半径を求めるときには、できるだけ単純化してモデルを考えなければならない。以上述べたことは、複雑なものを単純化して考えると生徒に理解しやすい一例をあげてみた。

(c) おわりに

重ね合せの原理（principle of superposition）を初めて論じたのは、ブレス（Jacques Antoine Charles Bresse　1822～1883）である。アーチの問題を解析するときに大いに用いた。子どもたちが応用力学で困難な問題をわかりやすく説明するひとつの方法として、私は重ね合せの原理を応用してきた。この応用は力を分解したり、合成したりすることによって生徒に総合的な力学の見方、考え方を身につける一助になっていると思う。

私は、「わかりやすく、しかも思考力を着実につける授業」を一貫して追究してきた。年々、変りゆく生徒のため、生徒の理解力を深める糸口を最近つかんだ重ね合せの原理の研究を、より深めていきたいと思っている。

関係諸氏の忌憚のないご批判をいただければ、幸甚である。