

読売東京理工専門学校 正員 川口有一郎

防衛大学校 正員 加藤 清志

## 1. ええがき

前回の報告は、光の横屈折が構造物周辺における水平角観測におよぼす影響を調べるために、固定されたトランシットによる目盛読取値の時間変化を観測し、気温の変化がどのような影響をおよぼすかなどを検討し横屈折の影響に関する概括的な結果について報告した<sup>1)</sup>。

今回は、水準測量におけるクッカマキの光路屈折補正の概念<sup>2)</sup>に基づいて、横屈折量を算出する式を誘導し測定によって得られた気温の水平分布の数式を用いて屈折量を計算した。気温の測定と同時にトランシットによる目盛読取値の時間変化を観測し、実測値と計算値とを比較検討した結果について報告する。

## 2. 水平角観測における光路屈折の計算式

水準測量におけるクッカマキの考え方を適用することにより、屈折量の式を誘導する。

計算式を誘導するにあたり、図-1のように地形および気象状況を理想化する。構造物の壁面より $y_0$ 離れた位置Bにおいて、壁面に平行な方向より $\theta$ だけ回転した方向にある点 $P_0$ を視準する。この観測において気温の水平分布は $y$ 方向(壁面に垂直な方向)に一樣に変化すると仮定する。つまり、等温線は壁面と平行であり、図-1の $mm$ はこれを示したものである。光路屈折の影響がなければ、 $P_0$ 点を視準するが屈折のために $P_1$ 点を視準することになる。従って、屈折量は $\overline{P_0P_1}$ である。

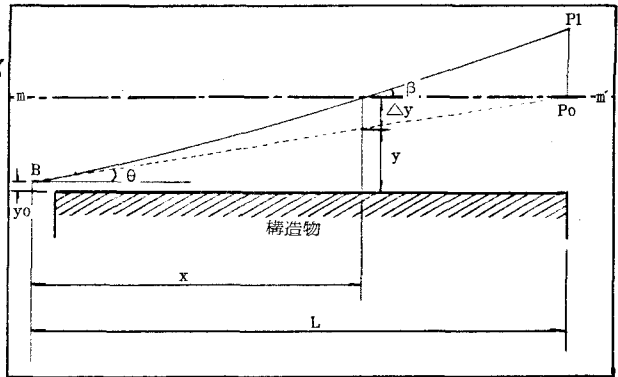


図-1 光路屈折の概念図

いま、観測点B、光路上任意点Pでの屈折率をそれぞれ $n$ 、 $n_0$ とすると、任意点Pでの屈折角 $\beta$ は次の式となる<sup>3)</sup>。

$$\beta = \int_{n_0}^n \frac{\cot \alpha}{n} dn \quad (1)$$

$\alpha \approx \theta$ 、 $n \approx 1$  とすれば、

$$\beta = \cot \theta \cdot (n - n_0) \quad (2)$$

光路上任意点上の屈折量 $\Delta y$ は、

$$\Delta y = \int_0^x \beta dx = \int_0^x \cot \theta \cdot (n - n_0) dx \quad (3)$$

で求まる。図-1から、 $y = y_0 + x \tan \theta$  であるから、

$$dx = \cot \theta dy$$

となり、(3)式に代入すると $\overline{P_0P_1}$ (屈折量)の値として次の式を得る。

$$\overline{P_0P_1} = \int_{C_1}^{C_2} \cot \theta \cdot (n - n_0) \cot \theta dy$$

$$= \cot^2 \theta \int_{c_1}^{c_2} (n - n_0) dy \quad (4)$$

さて、地表付近の屈折率 $n$ と気温 $t$ 、気圧 $P$ の関係は一般に次の型で表わされる<sup>3)</sup>。

$$n = 1 + \frac{A}{1 + \alpha t} \cdot \frac{P}{760} \quad (5)$$

ただし、 $\alpha$ は空気の熱膨張係数、 $A$ は定数で Moggers & Peter の式においては  $A = 0.0002923$  である。  
 $P$  = 一定と考えると、(5) 式を (4) 式に代入すると次式を得る。

$$\overline{P_0 P_1} = \frac{AP}{760} \cot^2 \theta \left( \int_{c_1}^{c_2} \frac{dy}{1 + \alpha t} - \frac{c_2 - c_1}{1 + \alpha t_0} \right) \quad (6)$$

ここで、 $t_0$ は観測点における気温で、 $t$ は任意点における気温である。非常に単純化された条件での光路の屈折量は(6)式で求める。

### 3. 気温の水平勾配式

任意点の気温を数式化するために、観測範囲の気温の水平分布を代表する地点として光路中間を選び、壁面から10, 50, 100, 300, 500 cmの5点の気温を1時間毎に測定した。測定した気温( $t$ )と壁面からの距離( $y$ )との関係を近似する曲線として、 $y = B_0 + B_1 t + B_2 t^2$ を選び、最小二乗法を用いて定数を決定した。表-1にその結果を示す。

### 4. 観測値と計算値

図-1において、 $y_0 = 50 \text{ cm}$ ,  $y = 450 \text{ cm}$ ,  $L = 24 \text{ m}$ 。  
 器械および視準するものさしの高さを150 cmとして、トランシットにより目盛読取値の変化を1時間毎に測定した。その結果を図-2のグラフに示す。また、(6)式に  $A = 0.0002923$ ,  $P = 760 \text{ mmHg}$ ,  $\theta = 4/24$ ,  $c_1 = 0.5 \text{ m}$ ,  $c_2 = 4.0 \text{ m}$ ,  $\alpha = 0.00368$  の値と3項で求めた気温の水平勾配式を代入して屈折量を計算し、その結果も図-2のグラフ中にプロットした。(6)式中の積分は数値積分法を用いて計算した。

### 5. まとめ

今回の観測に限定すれば、構造物周辺の気温の水平勾配式は  $y = B_0 + B_1 t + B_2 t^2$  の2次曲線で近似できることがわかった。屈折量の算出式については、今後観測を重ね更に検討を加える必要がある。

最後に、実験に協力してくれた読売東京理工専門学校 山中英明君、和田毅君、溝江均君に謝意を表する。

### 参考文献

- 1) 川口有一郎・加藤清志：土木学会第38回年次学術講演会講演概要集第4部，1983.9，PP.301~302.
- 2) 須田教明：古典的な水準測量におけるレフラクションの考え方，測量，Vol.33, PP.17~22，1993.
- 3) 須田教明：Refractionの水準測量に及ぼす影響についての解析報告，国土地理院測地部報告書，1977-11.

表-1 近似曲線の係数値 ( $B_0, B_1, B_2$ ) と観測点の気温 ( $t_0$ )

| 時刻    | B 0    | B 1     | B 2    | $t_0$ (°C) | R      |
|-------|--------|---------|--------|------------|--------|
| 9:30  | 8.821  | -3.389  | 0.3397 | 9.4        | 0.9324 |
| 10:30 | 11.976 | -3.494  | 0.2566 | 11.3       | 0.9324 |
| 11:30 | 9.777  | -1.472  | 0.0382 | 11.65      | 0.9415 |
| 12:30 | 11.889 | -2.083  | 0.0396 | 13.35      | 0.8794 |
| 13:30 | 11.910 | -2.090  | 0.0601 | 13.65      | 0.8985 |
| 14:30 | 14.071 | -2.282  | 0.0705 | 13.3       | 0.9086 |
| 15:30 | 18.477 | -4.424  | 0.2119 | 12.0       | 0.8129 |
| 16:30 | 39.124 | -10.991 | 0.7384 | 11.1       | 0.7750 |
| 17:30 | 28.477 | -11.142 | 1.041  | 10.8       | 0.8890 |
| 18:30 | 19.913 | -8.382  | 0.8685 | 10.5       | 0.7050 |

※ R は相関係数である

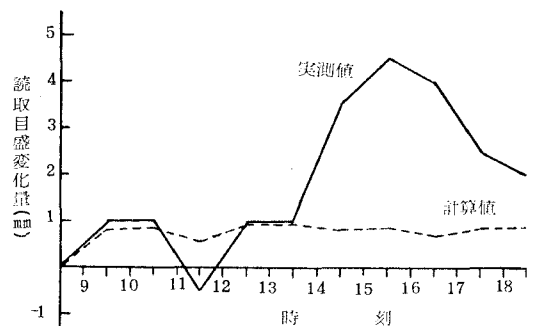


図-2 読取目盛の変化の実測値と計算値