

(株) 間組 技術研究所

正会員 辻田 満

シ、'、'、'

正会員 櫻出 正人

武蔵工業大学大学院

学生員 永田 茂

1. はじめに

液体貯蔵タンクの液面動揺(スロッシング)の検討を行う場合、長周期地震動特性を考慮した入力地震動の設定と共に、合理的な解析手法の確立が、重要な課題である。本報告は、星谷によって提案された応答共分散漸化式¹⁾を用いたスロッシングの不規則振動解析の一例を示すものである。

2. 応答共分散漸化式

速度ポテンシャル理論を用いると、図-1に示す剛体円筒形タンクの速度ポテンシャル²⁾ φ (n次のスロッシングモードまで考慮)は、

$$\varphi(r, \theta, z, t) = R \sum_{j=1}^n \frac{2}{\varepsilon_j^2 - 1} \cdot \frac{J_1(\varepsilon_j \frac{r}{R})}{J_1(\varepsilon_j)} \left[\frac{\cosh(\varepsilon_j \frac{z}{H})}{\cosh(\varepsilon_j \frac{H}{R})} u_j(t) - u_g(t) \right] \cos \theta \quad (1)$$

となる。ただし、 $J_1(r)$ は、1次の第1種Bessel関数であり、 ε_j は、 $J_1'(\varepsilon)$ の第j番目の解である。また、 $u_j(t)$ は、j次スロッシングモードの応答速度であ

$$\ddot{u}_j + 2\zeta_j \omega_j \dot{u}_j + \omega_j^2 u_j = \ddot{u}_g(t) \quad u_g(t) = \dot{d}_g(t) \quad (2)$$

この微分方程式の解である。式(2)において、 ω_j は、 $\omega_j = \sqrt{g \varepsilon_j \tanh(\varepsilon_j \frac{H}{R})} / R$ で表わ

されるj次モードの固有円振動数であり、 ζ_j は、j次モードの減衰定数である。図-1 剛体円筒形タンクのモデル

$d_g(t)$ は、入力地震動変位である。なお、実際の数値計算では、式(2)の代わりに加速度を入力とする、

$$\ddot{y}_j + 2\zeta_j \omega_j \dot{y}_j + \omega_j^2 y_j = \ddot{z}_g(t) \quad \dot{y}_j(t) = u_j(t) \quad \dot{z}_g(t) = \dot{u}_g(t) \quad (3)$$

を解くことにより速度ポテンシャル φ 、さらには、液面変位 η 、動液圧などを計算することになる。

ところで、式(3)の振動方程式は、入力を自己回帰モデル(A Rモデル)タイプの確率過程で表現した応答共分散漸化式に定式化することにより、応答の共分散・分散を容易に計算することができる。文献1)と同様な手順を行うと式(4)のような応答共分散漸化式に定式化することができる。

$$\alpha_{ij}(k+1) = T_i(k+2) \alpha_{ij}(k) T_j^T(k+2) + U \sigma^2(k+2) U^T \quad t = k \Delta t \quad (4)$$

ただし、 $\alpha_{ij}(k)$ は、応答共分散マトリックスであり、次のようになる。

$$\alpha_{ij}(k) = \begin{bmatrix} E[y_i(k) y_j(k)] & E[y_i(k) \dot{y}_j(k)] & E[y_i(k) \ddot{y}_j(k)] & E[y_i(k) \ddot{z}_g(k+1)] & \cdots & E[y_i(k) \ddot{z}_g(k-M+2)] \\ E[\dot{y}_i(k) y_j(k)] & E[\dot{y}_i(k) \dot{y}_j(k)] & E[\dot{y}_i(k) \ddot{y}_j(k)] & E[\dot{y}_i(k) \ddot{z}_g(k+1)] & \cdots & E[\dot{y}_i(k) \ddot{z}_g(k-M+2)] \\ E[\ddot{y}_i(k) y_j(k)] & E[\ddot{y}_i(k) \dot{y}_j(k)] & E[\ddot{y}_i(k) \ddot{y}_j(k)] & E[\ddot{y}_i(k) \ddot{z}_g(k+1)] & \cdots & E[\ddot{y}_i(k) \ddot{z}_g(k-M+2)] \\ E[\ddot{z}_g(k+1) y_j(k)] & E[\ddot{z}_g(k+1) \dot{y}_j(k)] & E[\ddot{z}_g(k+1) \ddot{y}_j(k)] & E[\ddot{z}_g(k+1) \ddot{z}_g(k+1)] & \cdots & E[\ddot{z}_g(k+1) \ddot{z}_g(k-M+2)] \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E[\ddot{z}_g(k+M) y_j(k)] & E[\ddot{z}_g(k+M) \dot{y}_j(k)] & E[\ddot{z}_g(k+M) \ddot{y}_j(k)] & E[\ddot{z}_g(k+M) \ddot{z}_g(k+1)] & \cdots & E[\ddot{z}_g(k+M) \ddot{z}_g(k-M+2)] \end{bmatrix} \quad [(3M) \times (3M)] \quad (5)$$

さらに、 $\sigma^2(k+2)$ は、ARモデルにおけるホワイトノイズ入力の分散を表わし、 $T_i(k+2)$ は、ARモデルの係数 $b(i, k+2)$ と振動方程式によって構成される非定常遷移マトリックスを表わしている。Mは、ARモデルの次数であり、正の整数である。また、 $U = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ \cdots \ 0]^T [(3M) \times 1]$ のベクトルである。なお、応答共分散漸化式に関する詳細は、文献1)を参照していただきたい。

次に、速度ポテンシャル φ および式(5)の結果を用いると、液面変位 η の分散値は、次式のようにになる。

$$E[\eta^2(r,k)] = \frac{R^2}{g^2} \left[A(r) E[\dot{u}(k) \dot{u}^T(k)] A^T(r) - A(r) E[\dot{u}_g(k) \dot{u}^T(k)] A^T(r) \right. \\ \left. - A(r) E[\dot{u}(k) \dot{u}_g^T(k)] A^T(r) + A(r) E[\dot{u}_g(k) \dot{u}_g^T(k)] A^T(r) \right] \quad (6)$$

$\theta=0 \quad t=k \Delta t$

ただし,

$A(r)$ は, $\left\{ \frac{2}{\epsilon_j^2-1} \frac{J_1(\epsilon_j \frac{R}{r})}{J_1(\epsilon_j)} \right\} (j=1,2,\dots,n)$ を要素とする $(1 \times n)$ のマトリックスである。また, $E[\dot{u}(k) \dot{u}^T(k)]$, $E[\dot{u}_g(k) \dot{u}^T(k)]$, $E[\dot{u}_g(k) \dot{u}_g^T(k)]$ は, それぞれ

$$E[\dot{u}(k) \dot{u}^T(k)] = E[\dot{y}(k) \dot{y}^T(k)] = \begin{bmatrix} E[\dot{y}_1(k) \dot{y}_1(k)] & E[\dot{y}_1(k) \dot{y}_2(k)] & \cdots & E[\dot{y}_1(k) \dot{y}_n(k)] \\ \vdots & E[\dot{y}_2(k) \dot{y}_2(k)] & \cdots & E[\dot{y}_2(k) \dot{y}_n(k)] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & E[\dot{y}_n(k) \dot{y}_n(k)] \end{bmatrix} \quad (n \times n)$$

Sym.

$$E[\dot{u}_g(k) \dot{u}^T(k)] = E[\dot{z}_g(k) \dot{y}^T(k)] = \begin{bmatrix} E[\dot{z}_g(k) \dot{y}_1(k)] & E[\dot{z}_g(k) \dot{y}_2(k)] & \cdots & E[\dot{z}_g(k) \dot{y}_n(k)] \\ E[\dot{z}_g(k) \dot{y}_1(k)] & E[\dot{z}_g(k) \dot{y}_2(k)] & \cdots & E[\dot{z}_g(k) \dot{y}_n(k)] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E[\dot{z}_g(k) \dot{y}_1(k)] & E[\dot{z}_g(k) \dot{y}_2(k)] & \cdots & E[\dot{z}_g(k) \dot{y}_n(k)] \end{bmatrix} \quad (n \times n)$$

$$E[\dot{u}_g(k) \dot{u}_g^T(k)] = E[\dot{z}_g(k) \dot{z}_g^T(k)] = \{E[\dot{z}_g^2(k)]\} \quad (n \times n)$$

このように, $E[\dot{u}(k) \dot{u}^T(k)]$, $E[\dot{u}_g(k) \dot{u}^T(k)]$, $E[\dot{u}_g(k) \dot{u}_g^T(k)]$ の各要素は, 式(5)の応答共分散マトリックスの要素であるので, $E[\eta^2(r,k)]$ は容易に計算できる。なお, 側面圧力, 底面圧力等の分散を同様に計算できる。

3. 数値計算例

長周期地震動入力としては, 井上・松原の断層モデルを用いてシミュレーションした仮想東海地震(図-2)の波形を1観測波形と考え, 2次のARモデル($M=2$)を用いて確率過程入力のモデル化を行った。このときのAR係数 $b(j,k)$ およびホワイトノイズ入力の分散 $\sigma^2(k)$ を, それぞれ図-3, 4に示した。

以上の確率過程入力を用いて計算した, タンク側面での液面変位のr.m.s.応答を図-5に示した。さらに, R.m.s.応答を用いて最大応答理論(Yang & Liuの法)から計算した, タンク各部の最大応答を図-6に示した。なお, タンクの諸元は, 次の通りである。半径 $R=40m$, 液面高さ $H=21.6m$ 。液体の単位体積重量 $\gamma_L=0.00149/cm^3$, 1次モードの減衰定数 $\zeta_1=0.5\%$, 1次スロッシングモードのみ考慮。

4. 結び

不規則振動理論を用いることにより, 従来の最大応答のほか, 信頼性限界を数値的に計算することができる。なお, 本研究は, 武蔵工業大学土木工学科 星谷教授の御指導をいただき, 行ったものである。

参考文献 1)星谷・永田; 多次元入力による線形構造系の応答共分散漸化式, 第17回地震工学研究発表会講演概要, 2)曾我部・柴田; 円筒液体貯槽の液面動揺の応答(第1報), 生産研究, 3)井上・藤野・松原・伯野; 断層モデルを適用した周期10秒前後の地震動評価の試み, 土論集 No.317, 4)屋外貯蔵タンクの耐震安全性検討のための入力地震波の波位特性に関する調査報告書 土木学会, 57.12.

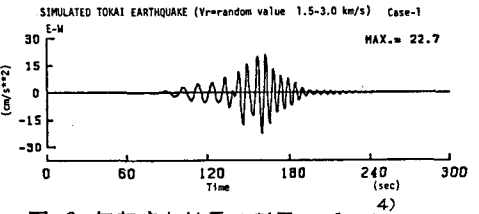


図-2 仮想東海地震(断層モデル)

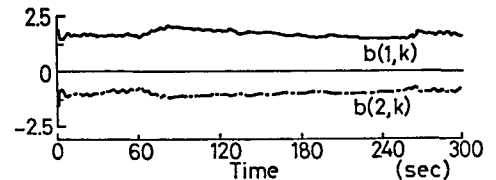


図-3 ARモデル係数 $b(j,k)$ ($M=2$)

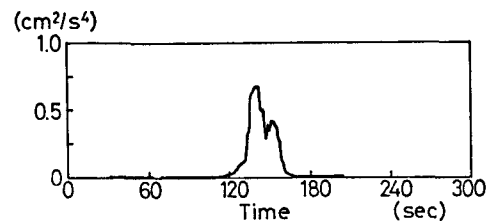


図-4 ARモデルのホワイトノイズ入力の分散 $\sigma^2(k)$

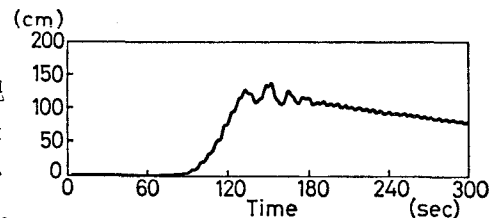


図-5 $R=4000cm$ での液面変位のr.m.s.応答

$R=4000 (cm)$
 $H=2160 (cm)$
 $T_1=10.7 (sec)$

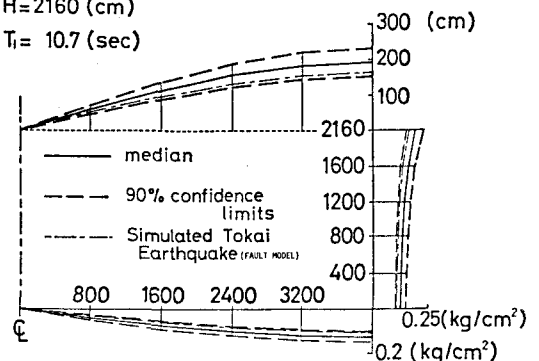


図-6 タンク各部の最大応答