

IV-2 測量における常用近似式の使用上の問題点について

東京理工専門学校 山口 有一郎
関 東 学 院 大 加 藤 直 樹
防 衛 大 学 校 加 藤 清 志

1. はじめに

測量計算において直接、厳密式を用いれば計算が煩雑になるため、簡便な近似式が使用されている。近似式の使用にあたっては、近似による誤差を十分に考慮しなければならない。例えば、角測量における器械中心が偏心している場合、補正角が5000"以上になれば一般近似式で省略した項を含めて計算する必要がある¹⁾。本報告は、距離測量の補正、角測量における偏心、間接水準測量における球差について近似式の使用上の問題点について検討したものである。

2. 距離測量における補正について

2.1 傾斜補正式の検討

図-1において斜距離 L 、傾斜角 θ 、両端の高低差 H とし、傾斜を一樣と仮定すると、求める水平距離 L_0 は次式で求まる。即ち、

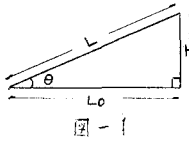


図-1

$$L_0 = L \cos \theta = \cos \theta \sum L = L \cos \theta$$

$$= L \sqrt{1 - (\frac{H}{L})^2} \quad (1)$$

通常計算には、上式をMaclaurin展開した次の近似式が用いられる。

$$L_0 = L \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{H}{L} \right)^2 - \frac{1}{24} \left(\frac{H}{L} \right)^4 - \dots \right\}$$

$$\approx L - \left(\frac{H^2}{2L} + \frac{H^4}{8L^3} \right) \quad (2)$$

$$\approx L - \frac{H^2}{2L} \quad (3)$$

こう配 $(\frac{H}{L})$ が変化した場合の近似解 L' と厳密解 L_0 との比 $(\frac{L'}{L_0})$ の変化を図-2に示す。

2.2 たるみ補正式の検討

測尺に張力 H をかけて支点間で懸垂した状態を図-3に示す。測定長 L と支点間距離 l との関係は、カタナリー曲線の方程式を用いれば次式で求まる。

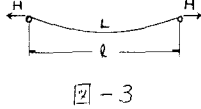


図-3

$$\text{支間長 } l = \frac{1}{\mu} \sinh^{-1} \mu L \quad (4)$$

$$\left(\mu = \frac{w}{H}, w: \text{単位長さ当りの測尺の重さ} (g/m) \right)$$

上式を展開して近似式を求めると、

$$l \approx L - \frac{w^2 L^3}{24 H^2} \quad (5)$$

($w = wL$: 測尺の重量)

となる。

張力 $H = 10 \text{ kgf}$ 、 $w = 20 \text{ g/m}$ として、(4)式と(5)式で求めた支間長の差を求めると図-4になる。

3. 角測量における偏心問題について

3.1 器械の偏心による補正式の検討

図-5においてAPの視通が不可能なため、B点に器械を偏心して α' を観測した場合に求める角 α の直接厳密解は次のようになる。即ち、

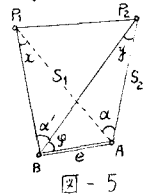


図-5

$$\sin x = \frac{e}{S_1} \sin(\alpha + \gamma), \sin y = \frac{e}{S_2} \sin \gamma$$

$$\therefore x = \sin^{-1} \frac{e}{S_1} \sin(\alpha + \gamma), y = \sin^{-1} \frac{e}{S_2} \sin \gamma$$

$$\alpha = \alpha' + (x - y)$$

$$= \alpha' + \sin^{-1} \frac{e}{S_1} \sin(\alpha + \gamma) - \sin^{-1} \frac{e}{S_2} \sin \gamma \quad (6)$$

近似解は、 $\sin \alpha \approx \alpha \sin 1''$ の関係を用いれば、

$$\alpha \approx \alpha' + \frac{e}{\sin 1''} \left\{ \sin(\alpha + \gamma) / S_1 - \sin \gamma / S_2 \right\} \quad (7)$$

として求まる。

$\alpha' = 90^\circ$ 、 $S_1 = S_2 = 500 \text{ m}$ 、 $\gamma = 30^\circ$ として、偏心距離 e の変化による厳密解と近似解との差の変化を示したものが図-6である。

3.2 目標の偏心による補正式の検討

図-7において目標の位置C、

偏心点 C' とする。点Cのう点D

に垂線を下ろして補正する方法

をオフセット法、正弦定理を用

いて補正する方法を正弦法と仮

に呼ぶことにする。

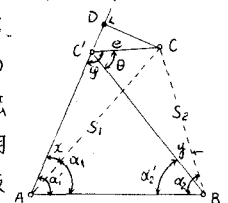


図-7

3.2.1 オフセット法

図-7において垂線CDの長さを d 、補正する角を x とすると、 $d = S_1 \sin x$ であるから補正量 x の厳密解

近似解はそれぞれ

$$x'' = \sin^{-1} \frac{d}{S_1} \quad (8)$$

$$x' \approx \frac{d}{S_1 \sin 1''} \quad (9)$$

となる。

偏心要素dの変化による(9)式と(8)式の解の比の変化を図-8に示す。

3.2.2 正弦法

図-7において目標の偏心要素を y 、 θ 、 e とすると正弦定理より補正角が求まる。即ち、

$$\alpha'' = \sin^{-1} \frac{e}{S_1} \sin y, \quad y'' = \sin^{-1} \frac{e}{S_2} \sin \theta \quad (10)$$

近似解は以下のようになる。

$$\alpha'' \approx e \sin y / S_1 \sin 1'', \quad y'' \approx e \sin \theta / S_2 \sin 1'' \quad (11)$$

本法で求めた厳密式(10)式と近似式(11)式との関係も、偏心要素に相違があるだけであり、オフセット法で求めた図-8と同様になる。

4. 間接水準測量における球差について

図-9において気差を QQ' 、球差を HE とし、観測角を α とすれば、PQ間の比高 h は以下の2通りの方法により求まる。

既往の方法²⁾(α' :未知)

$$\beta + \alpha' + 90^\circ + r = 180^\circ$$

$$\beta = 90^\circ - (\alpha' + r)$$

$$S \sin \beta = R \sin(\alpha' + \frac{r}{2})$$

$$S \cos(\alpha' + r) = R \sin(\alpha' + \frac{r}{2})$$

$$h \approx \tan \alpha' + \frac{S^2}{2R}$$

$$\approx \tan \alpha + \frac{S^2}{2R} - \frac{mS^2}{R}$$

厳密解法(α :既知)

$$\gamma + \alpha + 90^\circ + r = 180^\circ$$

$$\gamma = 90^\circ - (\alpha + r)$$

$$S \sin \gamma = R + \Delta R \sin(\alpha + \frac{r}{2})$$

$$S \cos(\alpha + r) = R + \Delta R \sin(\alpha + \frac{r}{2})$$

$$h = S \frac{\sin(\alpha + \frac{r}{2})}{\cos(\alpha + r)} - \Delta R$$

$$= S \frac{\sin(\alpha + \frac{r}{2})}{\cos(\alpha + r)} - \frac{mS^2}{R}$$

$m = 0.07$ 、 $R = 6370 \text{ km}$ として既往の近似法と厳密法との比較をしたのが図-10である。

5. 参考文献

- 1) 基準点測量: 土橋忠則 山海堂 昭和47年
- 2) 測量学 応用編: 石原・森 丸善 昭和52年

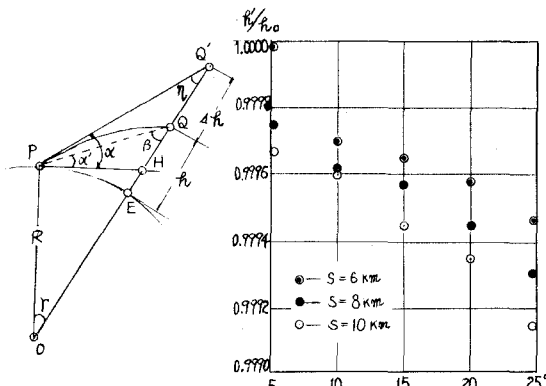


図-9 水準測量

図-10 球差について

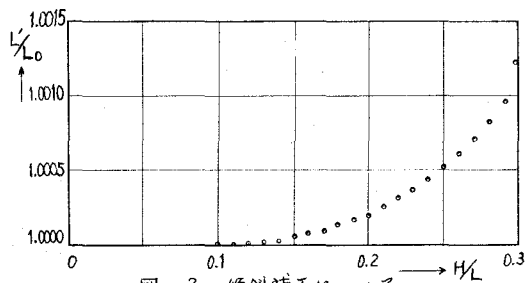


図-2 傾斜補正について

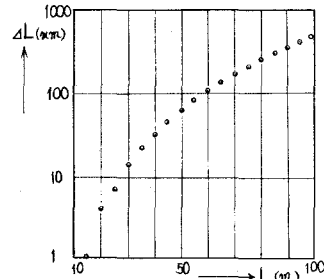


図-4 なるみ補正について

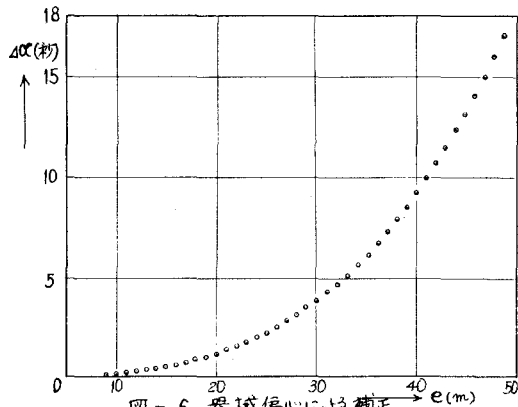


図-6 器械偏心による補正

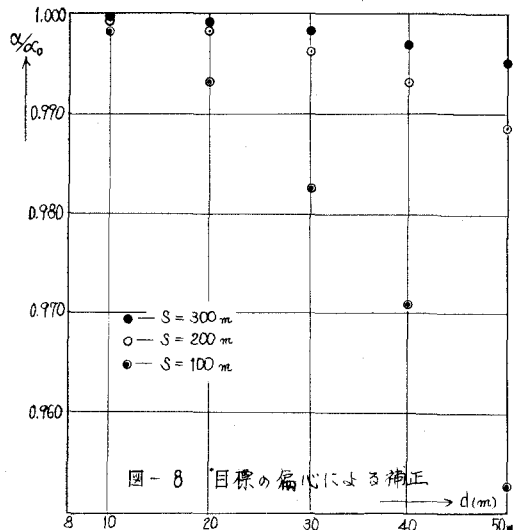


図-8 目標の偏心による補正