Ⅳ－１　高校の土木応用力学を　どのように教えるか

東京都立小石川工業高等学校　正会員　三浦　基弘

(a)　はじめに

自分の理論をたて、言い切ることはなかなか難しい。先人たちは、多くの力学の理論を打ちたててきた。私は教師になってから、歴史的に調べようと思ったひとつに梁の応力分布に関する理論であった。鉄道のレールの形状の変遷は、力学の理論の発展史でもあったと思ったからであった。その中で、縁維応力度を求めることに必要であった断面係数について今回、述べてみたいと思う。長方形断面（$b \times h$）の断面係数が現在 $bh^2/6$ を用いているが、この値を使用するまでには長い歴史があった。

(b)　材料力学の体系を打ちたてた　ガリレイ

コペルニクス的世界観を弁護したガリレイは、宗教裁判で弁明させられたのはあまりにも有名である。ローマの判決以後も絶えず監視下におかれ、天体について、特に地球と太陽に関することを口述したり、文書を出すことを許されなかった。そのため老年期に入った彼は、やむを得ず若い時代にも関心があった力学の問題について没頭していくことになるのである。この研究は危険が少なく、ピサとパドアでの教職時代に没頭したこともあり、彼にとっては、時の経つのも忘れるくらい好都合だったのだろう。この分野での研究成果は、自分の一生を振り返って書いた『二つの新しい科学』（Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno à due nuoue scienze 1638年）にでている。二つの新しい科学とは「機械学」と「地上運動」に関することである。この書は三人の人物、サグレド（ベネチァ市民 ― 生徒）、サルビィヤチ（新しい科学者 ― ガリレイ先生）、シムプリチオ（アリストテレス哲学に通じた学者 ― 形而上学者）が登場し、対話形式がとられている。

(c)　ガリレイの長方形の断面係数は　$bh^2/2$

レオナルド・ダ・ビンチも梁の曲げ問題を研究しているが、梁の曲げ強さの問題を系統的に取り上げたのはガリレイである。彼は一端が固定され、他端が自由である片持ち梁を考察することからはじめた。ガリレイは次のように説明をしている。「一端ＡＢで壁に固く嵌められ、他の一端で錘Ｅを支へてゐる角柱ＡＢＣＤを想像しませう。また壁は鉛直で、角柱或ひは圓柱は壁に直角に嵌められてゐるとします。もし柱が切断すれば、その折れ口は、Ｂ點に生ずることは明かです。（図１参照）その際、枘穴の端はこのＢ點で支點の役割をつとめ、ＢＣは力の加へられた方の臂、柱の厚さＢＡは挺子の今一つの方の臂 ― この全體に亘って抵抗力が加へられます ― となります。この抵抗力は壁の外側にある部分ＢＤが内側にある部分から分離するのを防ぎます。上に述べたことからＣに加へられた力の能率は、角柱の厚み卽ち底面ＢＡとその隣接部分との接目に見られる抵抗力に對して、長さＢＣ：$\frac{1}{2}$ＢＡの比を持つことになります。それ故今、切断に對する絶對的抵抗力を、縦に引張る力（この場合引張る力は物體の動かされる方向に作用します）に對する抵抗力と定義しますと、角柱ＢＤの絶對的抵抗力と挺子ＢＣの端に加へられた切斷荷重との比は、長さＢＣ：$\frac{1}{2}$ＡＢ（圓柱の場合は卽ち半徑）の比に等しくなります。これが私達の最初の命題であります。』

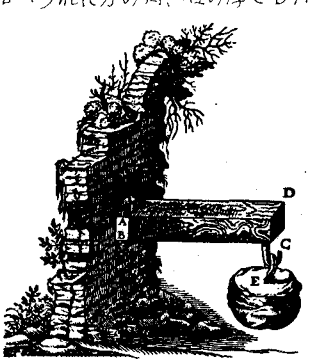

図１　*Eingespannter, am freien Ende belasteter Balken.*
Aus: GALILEI, Discorsi e dimostrazioni matematiche, Leiden 1638.

つまり、ガリレオはこのＢＡにそって働く反力は、一様な大きさの力であると考えた。そしてこの力のＢ点に関するモーメントが、荷重Ｅにおいて B 点におけるモーメントに等しいとしたのである。角材の断面を $b \times h$ とし、反力を曲げ応力度と考え　σ とすると　$(\sigma \times b \times h) \times \frac{h}{2} = M$　$\therefore$　$\sigma = \frac{M}{\frac{bh^2}{2}}$　この $\frac{bh^2}{2}$ が断面係数である。このことに関して、シュトラウブは次のように述べている。「外力と梁の全断面上に一様に分布すると仮定された引張応力の合力との、固定端断面の下の縁に仮定された回転軸に関しての静力学的モーメントを等し

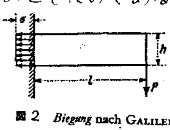

図２　*Biegung* nach GALILEI.

く置くことによって、彼は長方形梁の曲げ抵抗は断面の幅に比例するが、高さの2乗とともに増加するとの適切な結論に達した。

しかしガリレイの考察方法は純粋に静力学的考察であって、半世紀後にフックによってはじめて定立された弾性概念が、彼の考慮の中には未だ入ってこなかった。そのため、その梁の引張強さに比較しての曲げ強さの大きさの評価において誤ちを犯した。現代的表現による長方形断面の断面係数はガリレイによると $\frac{bh^2}{2}$ となるのだが、$\frac{bh^2}{6}$ の正しい値に対して3倍もの大きすぎる値を示している。

強度学に対してガリレイがなした寄与は、特に彼が後世の人に刺激を与えた点にある。すなわち、彼の業績は根本的には問題の設定にあるのであって、解くために作り出されたその課題の新しさの点にあるのである。この問題は《ガリレイの問題》との名がつけられ、200年にわたって研究され、遂にクーロンとナヴィエにいたって正しい解を得たのだが、それまで熱心に続けられたのであった。」

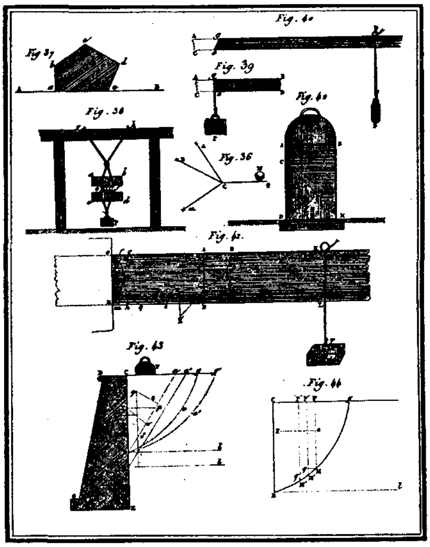

図 3 *Baustatische Probleme* nach COULOMB, Tafel aus dessen «Essai sur une application des règles de maximis et minimis . . . ».

しかし、ガリレイが梁の問題で間違った理論を発表したからといって、彼の評価が下がるわけでは決してない。むしろ材料力学の先覚者として歴史に名を刻んでいるのである。

(d) ライプニッツとベリドールの長方形の断面係数は $bh^2/3$

ベリドールの著作『エンジニアの科学』(Science des Ingenieurs 1729年)を引用しながらシュトラウブは次のように述べている。「曲げ問題に関しては、終わりにパランが述べられているが、それにもかかわらず、この問題の取扱いに際してはライプニッツとヴァリニョンの先例にならって引張応力の分布は三角形に仮定されながら中立軸の位置は断面の下線に置かれたので、それによって生ずる曲げ強さと引張強さの比に対しては誤った値を与えてしまった。(図4 $W=bh^2/3$参照)」しかし、ガリレイの考え方よりは発展している。つまり、$(\sigma \times b \times \frac{h}{2}) \times \frac{2}{3}h = M$

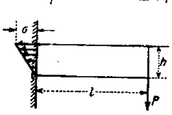

図 4 *Biegung* nach LEIBNIZ und BÉLIDOR.

$\therefore \sigma = \frac{M}{\frac{bh^2}{3}}$ 実験値により近づいてきたのである。

(e) おわりに

子どもたちに、偉人たちが一生かけて研究し、打ちたてた理論をわずか一、二時間の授業で教えることが少なくない。現在では幼稚な発想も当時の学者にとっては卓抜な着想であったことを生徒に教えることは、大変重要なことのひとつであると思う。

'生きた授業'、'わかる授業'をめざし、ひきつづき努力していきたいと思っている。関係諸氏の忌憚のないご批判をしていただければ幸甚である。

参考文献

1) Stephen P. Timoshenko: History of Strength of Materials. McGraw-Hill Book Co., Inc., 1953

2) 川口昌宏訳:材料力学史. 鹿島出版会, 1974 これは上記の和訳である.

3) Hans Straub: Die Geschichte der Bauingenieurkunst. Birkhäuser Verlag, 1964

4) 藤本一郎訳:建設技術史 工学的建設技術への発達. 鹿島出版会, 1976 これは上記の和訳である.

5) ガリレオ ガリレイ 今野武雄他訳:新科学対話(上). 岩波書店, 1948

6) 三浦基弘:第6回関東支部年次研究発表会講演概要集. 社団法人土木学会関東支部編, 土木学会, 1978

7) 三浦基弘:物理の学校. 東京図書, 1979