

横浜国立大学 学生員 山本 俊雄

横浜国立大学 正員 宮田 利雄

横浜国立大学 正員 山田 均

1. 序論

近年、曲線桁橋が道路線形などの理由により各地で採用されることが多い。これらの曲線桁橋では、地震、風などの動的作用において複雑な連成振動の発生が予測されるのである。ところで、動的問題の一つとして、風により生じる不安定振動を考えるときその特性は、桁自体の振動の性状（振動の大きさ、連成を含む振動モード形、振動数）により支配される度合いが大きい。即ち自励振動としての特性を評価する上で、連成固有振動特性を正確に把握しておくことが、必要になってくる。そこで、本研究では、曲線ばりの連成固有振動特性の把握を目的とし、簡単な場合として、円弧状の片持ち曲線ばり系（図-1）しかもH断面（図-2）を対象モデルに選んで、たわみとねじれの連成特性を調べることにした。

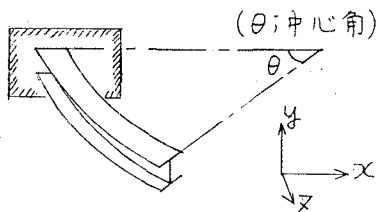


図-1 対象モデルと全体座標

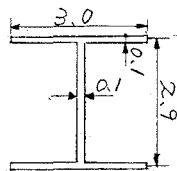


図-2 単位(cm)

2. 解析方法

一般的な断面形状の曲線桁の解析に有限要素法を適用する場合、有限要素として曲線桁をそのまま分割した曲りばり要素を考えると、連成を含んだ剛性マトリックス及び質量マトリックスを決定するには、かなり複雑な議論を経なければならない。しかし、円弧ばり系について、曲線部材を直線部材の集合に置き換え、剛性マトリックス等の作製を簡略化しても、適当な分割数により十分な精度が得られると報告されている¹⁾。したがって、本研究でも、曲線桁を分割点で折れ曲がる多角形状の桁で近似し、有限要素として直ばり要素（図-3）を用いることによって解析を簡略化した。また、所定の計算精度を得るために必要な分割数については、固有振動数の収束性を見ることで判断した。

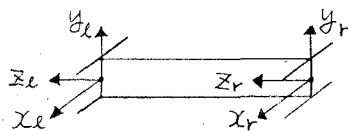


図-3 直梁要素と局所座標

図-4は、分割数に対する強軸方向1次モードの振動数の計算結果の一例である。本研究における所定の精度を2%以内とするとき10分割で十分な精度が得られることが分かる。折れ線近似モデルのねじりに関する要素剛性マトリックスとしては、曲げねじりを考慮した薄肉直線部材のねじりの釣り合い方程式に基づき作成し、また $(\partial^2 \phi / \partial z^2)$ に対応する質量マトリックスは、ほとんど無視できると考えることより、運動方程式が(1)式のように定められる。

$$\begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{v}_a \\ \ddot{v}_b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_a \\ v_b \end{pmatrix} = \{0\} \quad (1)$$

ここで、 $v_a^T = \{x_l, y_l, z_l, (\partial^2 \phi / \partial z^2)_l, \phi_l, x_r, y_r, z_r, (\partial^2 \phi / \partial z^2)_r, \phi_r\}$

$v_b^T = \{(\partial \phi / \partial z)_l, (\partial \phi / \partial z)_r\}$ であり、 x, y, z は弱軸方向、強軸方向、軸方向のそれぞれの変位、 ϕ はねじれ、 z は要素軸座標である。この式において、 $M_{12} = \{0\}$, $M_{21} = \{0\}$, $M_{22} = \{0\}$ より、

$$(M_{11})(\ddot{v}_a) + (K_{11} - K_{12}K_{22}^{-1}K_{21})(v_a) = \{0\} \quad (2)$$

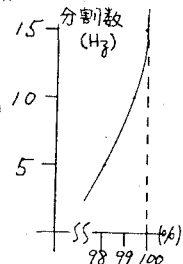


図-4 分割数に対する精度(%)

が得られる。この式に従って連成固有値解析を行うことになる。全体系として曲っていることの影響は、有限要素法で一般的に行なわれている局所座標系から全体座標系へ座標変換を行う方法に従って対処することにした。

3. 解析結果

曲りばりの連成振動特性を広い範囲に解明するため、パラメータとして、曲率、フランジ幅を変化させ、数値計算を行った。計算結果をまとめるにあたり、強軸方向のたわみ y とねじれ角 φ の連成度をモード比 $\{=\varphi/y\}$ (rad/cm) と名づけた値を用いて整理している。断面の変化にともなう固有連成特性の変化の傾向をつかむために、フランジ幅をパラメータとし、1cm $\sim$ 5cmまで変化させた。

計算結果の一例として、図-5は同弧長(100cm)、同ウェブ高さ(2.8cm)、同板厚(0.1cm)の条件下で中心角 θ の変化に対する自由端のモード比をlog-logで示している。また図-6はその時の振動数である。図よりモード比が断面によらず中心角の増加とともに、一定値に収束していることがわかる。

又、曲率が小さくなるにつれ、フランジ幅の増加にともないモード比が著しく増加している。このことから、曲率の比較的小さな曲りばりにおいて、断面剛性(曲げ剛性及ねじれ剛性)の増加にともない連成の度合いが大きくなる傾向にある。さらに、ねじれ剛性が、連成振動特性に大きく寄与することが予測されるため、ねじれ剛性のみの変化による固有連成特性の変化を調べることにした。そこで曲げ剛性EIを固定し、ねじれ剛性を $k \times GJ$ (1.0 $\leq k \leq 5.0$, $GJ = \text{original}$ のねじれ剛性)としたときのモード比及び振動数を求めた。図-7は、各ねじれ剛性における中心角 θ の変化に対する自由端のモード比をlog-logで示してある。

図-8は、この時の振動数を示している。各ケースとも中心角2° $\sim$ 20°においてモード比が極値をと

ていることがわかる。ピークを境いに、中心角 θ の増加とともにモード比は単調に減少している一方、中心角 θ が減少し、直ばりに近くなると、ねじり剛性の増加は、モード比の著しい減少をもたらすことがわかる。このことから、比較的小さな曲りばりにおいて、何らかの手段で、ねじり剛性のみ増加させることが出来れば、たわみ振動に対し生ずる連成ねじれ振動を減少させることが可能であることが分かる。

以上、円弧状の片持ち曲線ばり系について、断面、さらにねじれ剛性を変化させて固有連成特性を調べた。いづれにしても、連成固有振動特性としてのモード比が、むしろ数度の中心角で無視できない大きになることが分かった。今後、連続ばり系などの振動系について特性評価を行うこととしたい。

参考文献； 1) 萩原・深沢；薄肉開断面曲線材の有限変位特性 第36回年次講演会概要集 '81, 10

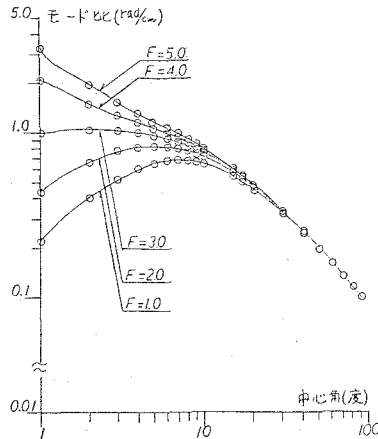


図-5 フランジ幅(F) 変化

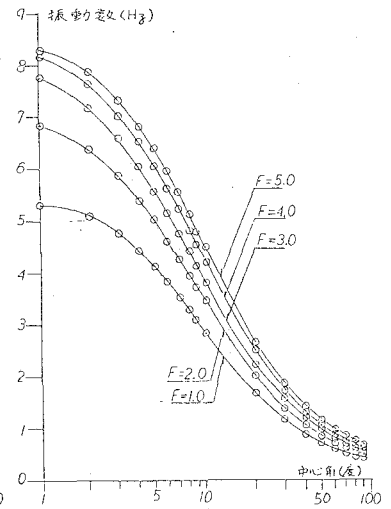


図-6 振動数

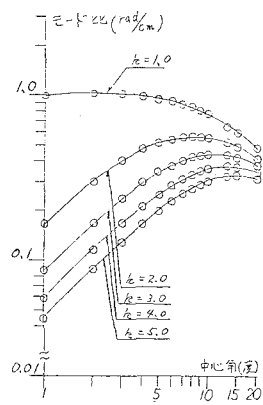


図-7 ねじれ剛性(k $\times$ GJ) 変化

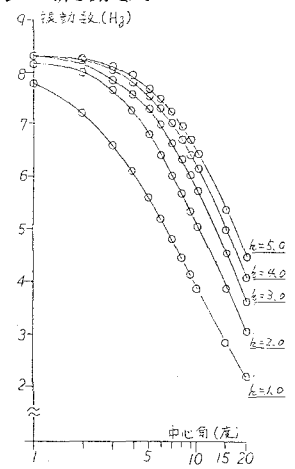


図-8 振動数