

(株)協和コンサルタント 正員 竹内 則雄

○五洋建設株式会社 正員 三藤 正明

東京大学生産技術研究所 正員 川井 忠彦

1. まえがき・・・川井によって提案された新離散化モデルの梁要素¹⁾は、通常の骨組構造物はもちろん、くいと矢板のように弾性地盤、あるいは弾塑性地盤と構造物の連成問題においても、きわめて有効であることが竹内²⁾によって確かめられている。本論文では、Freudenthal³⁾等によって線形粘弾性地盤上の梁の解析に用いられた Kelvin, Maxwell, Standard solid モデルの3タイプの地盤を想定し、これに川井モデルを適用して、園田⁴⁾らの解析解との比較を行なった。

2. 解析法・・・川井によって提案された新離散化モデルにおける梁要素の剛性行列を誘導する方法は、文献(5)にすでに与えられている。ここでは、粘弾性地盤の取り扱い方を Standard solid モデルについて行う。

図-1より、Standard solid モデルは、Maxwell モデルとバネが並列に結合されている。図-2に力学的特性を示す。さて、力 P は Maxwell 要素 (P_1) とバネ (P_2) に配分される。

$$\dot{P} = \dot{P}_1 + \dot{P}_2 \quad (1)$$

$$P_1 = k_1 \dot{y} - P_1 / \tau \quad (2)$$

$$P_2 = k_2 \dot{y} \quad (3)$$

ここで、 k_1, k_2 はバネ定数、 $\tau = \eta / k_1$ で、 η は粘性係数、上付きの $\cdot$ は時間による変化率を示す。(2), (3)式を(1)式に代入する。

$$\dot{P} = (k_1 + k_2) \dot{y} - P_1 / \tau \quad (4)$$

(4)式を差分表示すれば、増分力 ΔP と増分変位 Δy の関係を次の様に得ることができる。

$$\Delta P = (k_1 + k_2) \Delta y - P_1 \cdot \Delta t / \tau \quad (5)$$

さて、川井モデルの梁要素は剛体変位場を仮定しているため重心に垂直方向変位 v と回転角 θ を設定する。従って任意点の変位は、

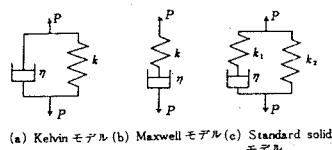


図-1 粘弾性モデル

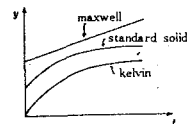


図-2 一定の力が作用した場合の各モデルの時間・たわみの関係

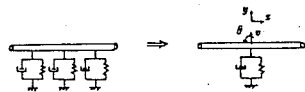


図-3 粘弾性地盤上の新しい梁要素

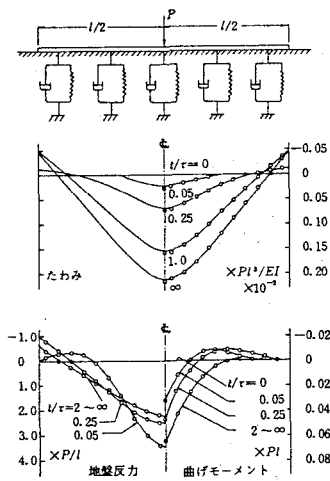


図-4 Kelvin モデルに対する解析解との比較

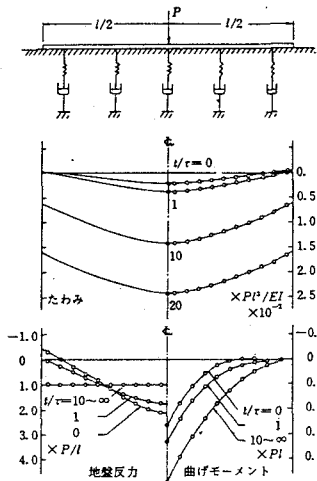


図-5 Maxwell モデルに対する解析解との比較

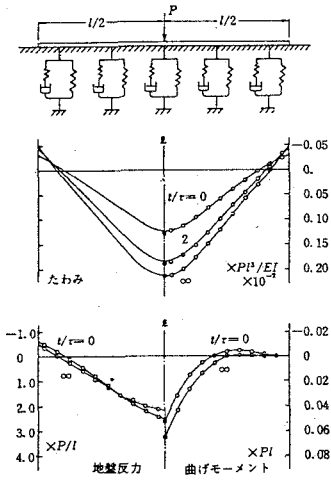


図-6 Standard solid モデルに対する解析解との比較

$$y = v + \theta x \quad (6)$$

$$= B \cdot U$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & x \end{bmatrix}$$

$$U^t = \begin{bmatrix} v & \theta \end{bmatrix}$$

となる。要素重心に作用する増分外力 ΔF を

$$\Delta F = \begin{bmatrix} Y & M \end{bmatrix} \quad (7)$$

とし、増分地盤反力を ΔP とすると、増分形式の仮想仕事式は仮想増分変位 $\delta \Delta U$ を用いると以下の関係が得られる。

$$\delta \Delta U^t \cdot \Delta F = \int \delta \Delta y \cdot \Delta P \, dx$$

上式に(5)式を代入し、整理すると以下の様な関係式が得られる。

$$\Delta F = \int B^t \cdot (k_1 + k_2) \cdot B \, dx \cdot \Delta U - \int B^t \cdot P_1 \cdot \Delta t / \tau \, dx \quad (9)$$

以上により、増分外力と増分変位の関係が求まった。新しい梁要素の剛性行列に(9)式で示したバネ剛性を重ね合わせ、これに初期ひずみ法を適用し任意時刻の解を求める。

4. 数値計算・・・両端自由な一様断面梁の中央に、集中荷重が作用した場合を考えた。バネ定数は、Standard solid の場合 $k_1 = k_2$ とし、Maxwell は $k = k_1$, $k_2 = 0$, Kelvin は $k = k_2$ で k_1 は k_2 に比べて大きな値を用いた。計算ケースとしては、梁の分割数と解の収束性を調べるため、半梁長について、5, 10, 15, 20 分割の合計 4 ケース行なった。図 4, 5, 6 は、 $t/\tau = 0$ から $t/\tau = \infty$ における各モデルのたわみ、曲げモーメント、地盤反力を園田らの解析解と比較したものである。図は 10 分割の例で、実線が園田らの解、○印が川井モデルによる計算結果を表している。たわみは、中央点でやや大きな値を示しているが、全体的に見ればきわめて良好な精度で解が求まっている。また、曲げモーメント、地盤反力は、梁全体を通して良好な結果を示している。図 7, 8, 9 は、各モデルの中央点のたわみ、曲げモーメントの誤差および中央点付近の地盤反力の誤差と分割数との関係を、 $t/\tau = 0$ から $t/\tau = \infty$ までの各時間に対してプロットしたものである。たわみと地盤反力の誤差は、分割数が多くなるにつれ減少し、また、時間の経過とともに減少することがわかる。曲げモーメントは、分割数が増すにつれて高目の解に収束し、時間の経過とともにこの値は減少する。しかし、誤差は、正解に対して 1～2% であるため、工学的にはほとんど問題にならないと思われる。

5. まとめ・・・川井によって提案された新離散化モデルを用いて、粘弾性地盤上の梁の解析を行なった。地盤モデルについては、Kelvin, Maxwell, Standard solid モデルの 3 タイプ考慮し、半梁長について 10 分割程度すれば、良好な解が得られる。誤差は、曲げモーメント、地盤反力がたわみに比べて小さく、また、時間の経過とともに減少してゆく。以上のように、本モデルは剛体変位場を仮定し、地盤の影響をあらかじめ積分することにより支点バネとして導入しているため、取り扱いが非常に簡単になっているにもかかわらず、精度の高い要素となっている。

〔参考文献〕 1) Kawai, T.: New element models in discrete structural analysis 日本造船学会論文集, 第141号 (1977)

2) 竹内, 神尾, 川井: 新しい梁モデルによる地盤を考慮した骨組構造物の極限解析, 第27回構造工学シンポジウム論文集 (1981)

3) A.M.Frendenthal, H.G.Lorsch: The Infinite Elastic Beam on a linear Viscoelastic Foundation, Proc. of A.S.C.E. EMI, Jan, (1957)

4) 園田, 小林, 石尾: 線形粘弾性基盤上のはりの解析, 土木学会論文報告集, 第247号 1976年 3 月

5) 竹内, 神尾, 川井: 新しい梁モデルによる弾性床上的梁の解析, 生産研究, Vol.33, No.1 (1981)

6) 竹内, 三藤, 川井: 新離散化モデルによる粘弾性地盤上の梁の解析, 生産研究, Vol. 34, No.11 (1982)

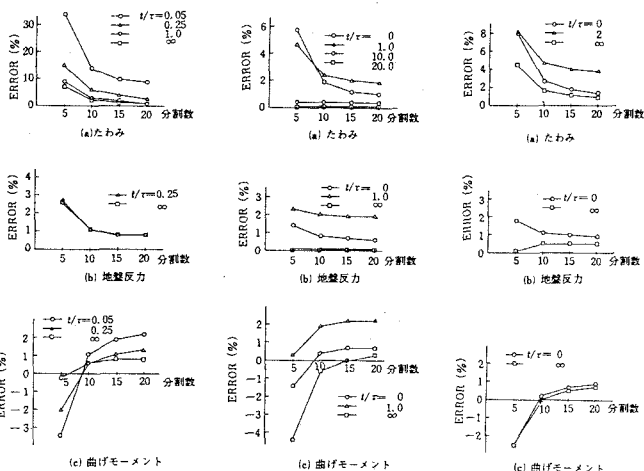


図-7 Kelvin モデルに関する梁の中央点の誤差評価

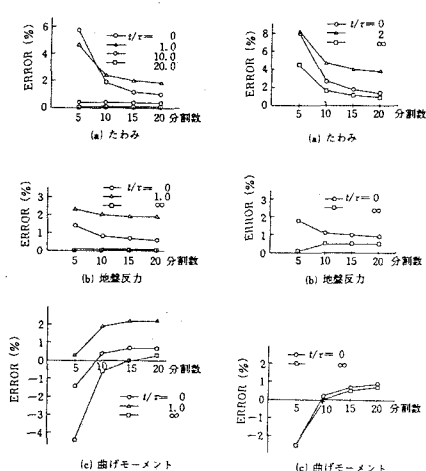


図-8 Maxwell モデルに関する梁の中央点の誤差評価

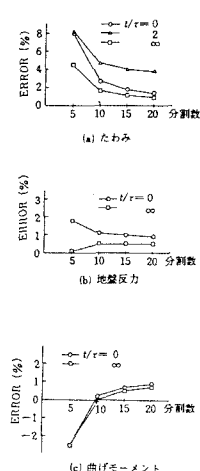


図-9 Standard solid モデルに関する梁の中央点の誤差評価