

## (その 1) 一次元波動モデルと質点系モデルについて

(株) 間組技術研究所 正員 辻田 満  
 " " ○正員 三原 正哉  
 " " 正員 北村 孝海

## 1. まえがき

近年、地盤一構造物系の動的応答解析において、構造物の影響を受けない自由地盤の応答から、地盤一構造物系の基盤での入力波形を計算したり、地盤一構造物系から逸散するエネルギーを考慮したりすることが行われている。そのため、第一段階として自由地盤のみの応答解析を行う場合がある。

自由地盤の解析には、一次元波動モデルによるものと、質点系モデルによるものがある。本報文は、一次元波動モデルと質点系モデルについて、減衰の取扱い方、地盤運動の入力形態に関して応答計算上の基本的な事項について述べたものである。なお、一次元波動プログラムとしては、SHAKE<sup>1)</sup>を用いた。また本報文では、地盤の非線形性については言及しない。

## 2. 減衰項について

自由地盤の応答解析は、粘弾性体内を横波が伝播するとし、(1)式で表わされる。

$$G \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \eta \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$G \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \eta \frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial t} = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \rho \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} \quad \dots \dots \dots (2)$$

基盤面の地動を  $\ddot{Z}(t)$  とすると(2)式となる。

$$M \ddot{V} + C \dot{V} + K V = - M \ddot{Z} \quad \dots \dots \dots (3)$$

(2)式を離散化すると、質点系の振動方程式は(3)式となる。

SHAKEは、(1)式を一次元波動論より解析的に解くものであり、土の減衰は履歴型減衰とし、 $\eta \omega = 2 \beta G$  と仮定している。

土の減衰を履歴型減衰とし、(3)式をモード合成法で計算するとき、減衰マトリックス  $C$  について、以下の点に注意する必要がある<sup>2)</sup>。

- ① 一般に一次元波動方程式を離散系振動方程式に変換した場合、減衰マトリックスはモード合成法において対角マトリックスとはならない。したがって、一次元波動モデルを全く同等な形で一般のモード解析することはできない。
- ② ただし地盤が一層系の場合のような特殊なケースでは、減衰マトリックスは対角化でき、同等な形でのモード解析が可能である。
- ③ 離散系の減衰マトリックスにおいて、非連成化仮定を導入すれば、その時のモード別各次減衰定数は、各土層の減衰定数（SHAKEでは臨界減衰比  $\beta$  と表現している）を各要素の減衰定数とした歪エネルギー比例減衰より求められるモード別減衰定数に等しい。
- ④ 以上より、自由地盤の応答計算をSHAKEにより代表される一次元波動論において解析する場合と、それを離散系振動方程式に変換し、減衰項を歪エネルギー比例減衰に置きかえてモード解析する場合では、減衰マトリックスに非連成化仮定を導入したことによる差が生じる。

図-1に一層系 ( $G = 3500 t/m^2$ ,  $\gamma = 1.7 t/m^3$ ,  $\beta = 5\%$ ) に対する一次元波動論とモード合成法による最大加速度の比較を、図-2に多層系（その2、参照）に対する一次元波動論とモード合成法による最大加速度の比較を示す。入力波は、周波数特性の異なるA, B波を用いたが、図-3にそれぞれの加速度応答スペクトルを示す。図-1では両解析法の計算誤差は、A波、B波とも同程度であり、誤差は離散化によるものと思われる。一方図-2では、入力波により両解析法の誤差は異なっており、これはモード合成法に非連成化仮定を導入したことによる差と思われる。

## 3. 地震動の入力形態について

自由地盤の応答解析の問題点として、基盤における地震動の入力形態がある。すなわち波動論的に表現す

れば、基盤面での地動は、表層に向って鉛直上向きに伝播する入射波（E）と表層での反射から鉛直下向きに伝播する下降波（F）の重ね合わせたもの（E+F）であり、下降波は表層の地盤特性を反映するものである。このような観点から、近年基盤への地震動の入力形態としては、入射波を用いることがよく行われる。

一次元波動論では、基盤を半無限粘弾性体と考え、入射波（E）を入力することも、基盤面の地動（E+F）を入力することもその理論上容易である。この時の注意点として次のことがあげられる。

- ① 表層の応答を知りたいとき、入射波を入力する場合には表層および基盤の地盤定数が必要であり、基盤面の地動の場合には表層の地盤定数を与えるべきである。
- ② 当然のことながら、入射波を入力し計算した表層の応答結果と、同じ入射波を入力し求めた基盤面の地動を、表層のみのモデルの基盤面の地動として計算した表層の応答結果とは、全く等しい。

質点系モデルにおいて入射波を入力形態とする場合には、下端に粘性境界としてダッシュポット ( $C = \rho V_s$ ,  $\rho$ ; 基盤の密度,  $V_s$ ; 基盤のせん断波速度)を入れればよいことが知られている。これは、基盤と表層間に作用するせん断応力をダッシュポットにより表現しようとするものであり、これにより基盤内への波動エネルギーの逸散を考慮したことになる。この時の留意点として次のことがあげられる。

- ① このモデル化は、基盤を半無限弾性体と仮定している。
- ② 離散系振動方程式は、絶対変位に関して表現される。
- ③ 減衰マトリックスの形より、モード合成法による計算は不適当であり、直接法的な取り扱い ( $\omega$  領域も含む)となる。

#### 4. あとがき

自由地盤の線形応答解析における一次元波動モデルと質点系モデルの基本的な事項について、筆者らなりにまとめ列挙したが、今後は非線形性を考慮した応答解析について検討を行っていく予定である。

＜文献＞(1) Seed 他; 「SHAKE」, EERC 72-12 (1975) (2) 大崎 順彦; 建築構造学大系24 振動理論, 彰国社 (3) 土岐 憲三; 新体系土木工学11 構造物の耐震解析, 技報堂出版

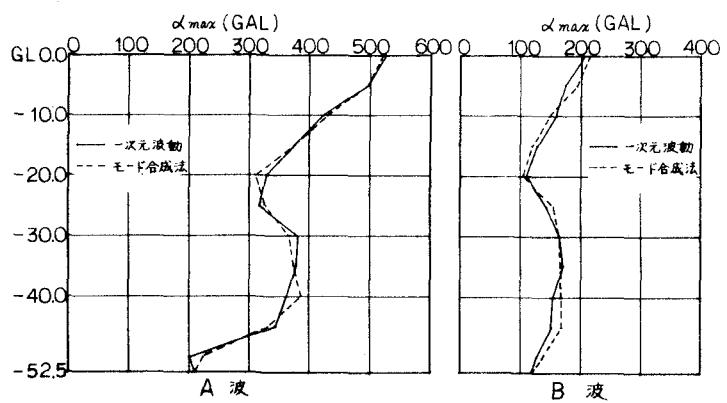


図-1 1層系における最大加速度の比較

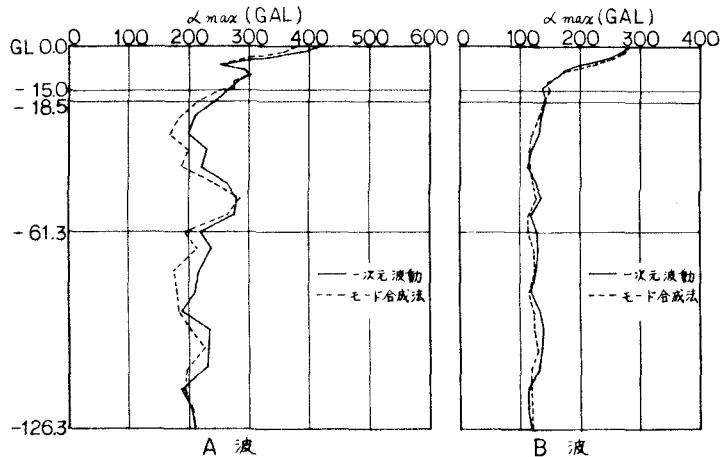


図-2 多層系における最大加速度の比較

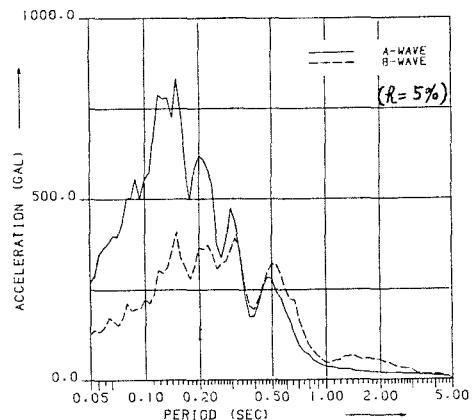


図-3 入力波の加速度応答スペクトル