

I - 6 断面変形を考慮したI形プレートガーダーの有限変位解析

山梨大学工学部 正会員 深 沢 泰 晴
山梨大学大学院 学生員 〇杉 原 美 好

1. はじめに

薄肉断面材の構造解析は、一般に断面形状不変の仮定に基づいて行われている場合が多い。しかしながら、この仮定の妥当性は、主として微小変位理論の立場から確認されてきたものであり、有限変位領域における問題に対しても、同様な精度で適合するという保障は、現在のところ必ずしも明確ではない。薄肉構造部材の終局耐力のより正確な評価の一環として、必要性が高まりつつある有限変位解析において、この断面形状の変化の影響がどのように現われるかは、明確にしておかなければならない課題である。

本報告では、薄肉開断面材の代表としてI形断面材をとり、そのウェブの面外変形を考慮して、ねじれ座屈後挙動等大きな変形問題を解析して、断面形状の変化の影響を調べた。この種の問題の微小変位解析については、古くは Goodier & Borton¹⁾や奥村²⁾によって行われているが、ここでは有限要素法の適用に際しての便宜も考えて、変位場の設定から出発して仮想仕事の原理によって定式化した。さらに、有限変位解析は、既に開発した³⁾移動座標系を用いた修正荷重増分法によって行なった。

2. 微小変位理論における基本式

図-1(a)に示すように、2軸対称のI形断面材に対して、直交デカルト座標系(0-x, y, z)、直交曲線座標系(n, s, z)を考える。部材上の任意点のx, y軸方向の変位成分u, vは次のように書ける：

$$u = u_0 - y\varphi + (\alpha l - nm)\varphi, \quad v = v_0 + x\varphi + (-\alpha nl + xm^2)\varphi \quad \text{----- (1)}$$

ここに、 u_0, v_0 は断面の図心Oのx, y軸方向の変位成分、 φ は断面全体のねじれ角、 φ はウェブの変形によって生じるフランジ独自のねじれ角[図-1(b), (c), (d)参照]。また、 α は次式で表わされる量である：

$$\alpha = \frac{h}{2} \left\{ \frac{1}{h} - 4 \left(\frac{1}{h} \right)^3 \right\}$$

また、 $(\cdot)' = \frac{d}{dz}(\cdot)$ の意。さらに、 m, l は方向余弦で次式で定義される：

$$l = \cos(n, x), \quad m = \cos(n, y)$$

次に、部材上の任意点のn, s方向の変位成分 ξ, η はそれぞれ次式で表わされる：

$$\xi = u_0 l + v_0 m + (-yl + xm)\varphi + (\alpha l + xm)\varphi, \quad \eta = -u_0 m + v_0 l + (xl + ym)\varphi + n(-\alpha l + m^2)\varphi \quad \text{----- (2)}$$

ここで、薄肉の仮定 $\delta_{xz} = 0, \quad \delta_{xz}^* = 0$ を適用すると、z軸方向の変位成分wが次式のように求まる：

$$w = w_0 - x u_0' - y v_0' - \{ -x^* y^* + n(-yl + xm) \} \varphi' - n(\alpha l + xm) \varphi' \quad \text{----- (3)}$$

ここに、 w_0 は断面の図心Oのz軸方向の変位成分、*印はs軸上の値の意、また $(\cdot)' = \frac{d}{dz}(\cdot)$ の意である。

式(1), (2), (3)を用いて、部材上の任意点の歪成分は次のように求まる：

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_n &= \delta_{nz} = \delta_{nz} = 0, \quad \epsilon_s = -n\alpha l \varphi \\ \epsilon_z &= w_0' - x u_0'' - y v_0'' - \{ -x^* y^* + n(-yl + xm) \} \varphi'' - n(\alpha l + xm) \varphi'' \\ \delta_{xz} &= n\varphi' + n(-\alpha l + m^2) \varphi' \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (4)}$$

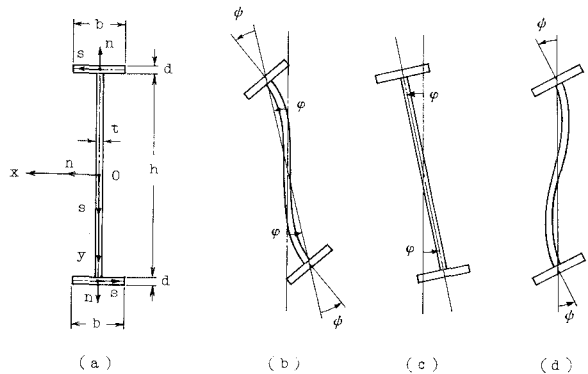


図-1 I形断面の寸法、座標系、変形

3. 有限変位解析

有限変位領域においても、一般に構造材料は微小ひずみの条件をみたすものと仮定すると、ひずみ-変位関係の非線形性は、剛体回転による変位に起因するものであると考えることができる。そこで物体内の各要素に設けられた要素座標系における剛体変位を含まない変位と、全体座標系における剛体変位を含んだ変位とに分けて取り扱い、前者の変位に対しては微小変位理論が適合するように荷重増分法を導入する。すなわち、要素座標系による解析においては、荷重増分並びに対応する変位増分の微小性を考慮して、変位関数として式(1)~(3)、ひずみ-変位関係として式(4)を用いることができる。また、初期応力の存在下での仮想仕事の原理は

$$\int_V \left(E \varepsilon_x \delta \varepsilon_x + E \varepsilon_y \delta \varepsilon_y + G \gamma_{xy} \delta \gamma_{xy} \right) dV + \int_V \left(\frac{N^{(0)}}{A} + \frac{M_x^{(0)}}{I_{xx}} x + \frac{M_y^{(0)}}{I_{yy}} y + \frac{M_{\omega}^{(0)}}{I_{\omega\omega}} \omega \right) \left\{ \frac{\partial u}{\partial z} \delta \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{\partial v}{\partial z} \delta \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right) + \frac{\partial w}{\partial z} \delta \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right) \right\} dV - \int_V \left(p_x \delta u + p_y \delta v + p_z \delta w \right) dV = 0 \quad (5)$$

と書くことができる。ここで、初期応力 $\sigma_x^{(0)}, \tau_{xy}^{(0)}$ の影響は微小であるとして無視した。

式(5)に式(1),(3),(4)を用い、有限要素法を適用すると、要素座標系での増分方程式が得られる。この変位増分を座標変換行列を通じて全体座標系に変換し、さらに全要素について重ね合わせることで、全体座標系での変位増分を決定する増分方程式が得られる。なお、各荷重増分に対する解析は、中点 Runge-Kutta 法の繰り返しによって所定の誤差範囲に収束させた。また、変形後の要素は節点を直線で結んだ直線要素で近似した。

4. 数値解析例と考察

以上述べた理論を適用して、ウェブの面外変形が I 形断面けたの有限変位挙動に及ぼす影響を調べるため、①ねじりモーメント荷重による大変形解析、②鉛直荷重あるいは材端モーメント荷重による横倒れ座屈後挙動の解析、③偏心圧縮柱としての曲げねじり座屈後挙動の解析、等を具体的モデルに対して行なっている。

図-2は計算結果の一例である。スパン $L = 20 \text{ m}$ の単純げた ($b = 32 \text{ cm}, d = 2 \text{ cm}, h = 100 \text{ cm}, t = 1 \text{ cm}$) に初期ねじれ $\varphi = \varphi_0 \sin \frac{\pi}{L} z$ を与え、さらに大きさが等しく方向の反対のモーメント荷重 $\bar{M}$ を面支点上のウェブの面内に作用させた場合について、スパン中央断面の変形量と荷重との関係を描いたものである。 $\bar{M}_{cr}$ は慣用の微小変位理論で

計算された横倒れ座屈値である。これらの図からも、ウェブの変形の影響の一端を知ることができる。

なお、各種の数値解析結果並びにそれらに対する総合的な考察については、ここでは紙面の都合上割愛し、講演時に報告する予定である。

文献(1) Goodier, J.N. & M.V. Barton: The Effect of Web Deformation on the Torsion of I-Beams, *Journal of Applied Mechanics*, March, 1944. (2) 奥村敏恵: 溶接組立材の挫屈に関する研究(第1報), 溶接学会誌, 昭和27年10月. (3) 丸山, 深沢: 鉤曲線けたの有限変位問題, 土木学会第34回年次講演概要集, I-104, 昭和54年9月. (4) 西野, 長谷川, 名取: 断面変形とせん断変形を考慮した長方形薄肉断面ばりの理論, 土木学会論文報告集, 第248号, 1976年4月.

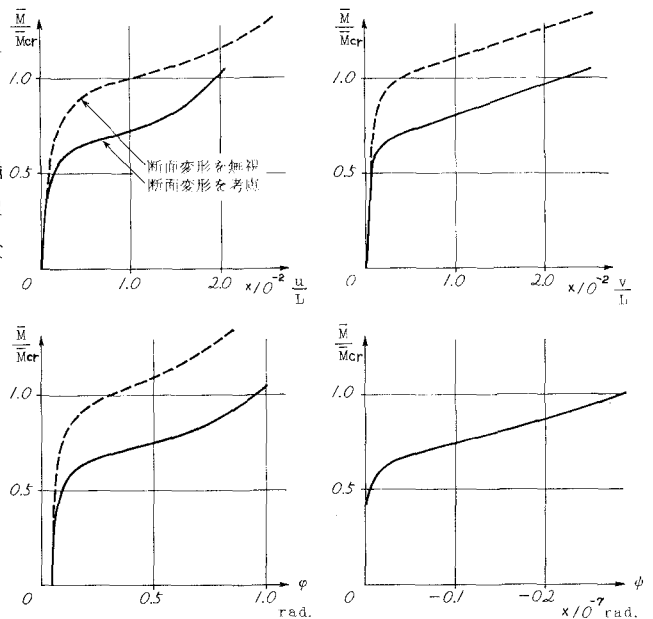


図-2 端モーメント荷重による荷重変位曲線