

1. まえがき

杭の横抵抗に関する設計法は、一般に杭頭が地表面かまたは地上突出杭として取り扱われている。しかし、構造物の基礎杭として用いられる杭のなかには、地盤のなかに完全に埋め込まれた状態で用いられるもの（以下、地中埋設杭という）もかなりあると思われる。例えば、港湾の矢板式係船岸のたわみ性控工はその典型的なものの一つである。この地中埋設杭に関する杭の横抵抗問題は、いままで取り扱われたことは殆んどなかった。しかし、筆者は最近この問題にふれ、係船岸のたわみ性控工の新しい設計法の提案として、これをとりまとめ報告¹⁾²⁾した。ここでは、この地中埋設杭の杭の横抵抗式を導き、式の特徴について述べる。

2. 地中埋設杭の杭の横抵抗式

港湾では杭の横抵抗の設計を行うとき、久保の研究成果に基づく港研方式、または、横山が提案した横方向地盤反力定数の図表を用いるチヤンの方式によること、港湾の施設の技術上の基準・同解説に示されている。久保は多くの実験的研究の結果、地盤反力が $P = kx^m y^{0.5} B$, $0 \leq m \leq 1$ を見出したが、これが多くの認めるところとなっている。ここに、 P は地盤反力、 k は横方向地盤反力係数、 x は杭の水平変位量、 y は地表面からの深さを示す。ただ、この方程式が非線形であるため、一般に、その解を得るのは困難である。そこで、久保は相似則を用いて解析し、杭の地表面変位、最大曲げモーメントおよび有効長（横方向力に対して有効な抵抗を發揮している部分）などに対する計算図表を作成し設計のために便宜をはかった。しかし、この方式は非線形解析であるため、数値計算によって個々の解を得るしか方法がないうえ、重ね合せの原理が適用できないため、複雑な条件に対する対応が容易に行えないという大きな欠点をもっている。また、土木構造物は常時のほか地震時の設計を行なう。ここでも地震時の設計を行う必要があるが、そのためには、解析が容易な杭の横抵抗の基本式を必要とする。しかし、久保の非線形の基本式では解を得るのが難しいため、ここでは、多少問題を残すにしろこれを線形化して解くことにする。さらに、横方向地盤反力定数であるが、ここでは、不変定な値を与える標準貫入試験値ではなく、抵抗土圧（受働土圧—主働土圧）と関連させることにする。一般に粘性土地盤であれば、抵抗土圧は深さ方向に一定分布するので、横方向地盤反力定数も深さに関係なく一定とする。これに対し、砂質土地盤であれば、抵抗土圧は地表面でゼロ、深さ方向に一定増加の三角形分布であるので、横方向地盤反力定数も三角形分布とする。それゆえ、地中埋設杭の横方向地盤反力定数を一般に台形分布に仮定することは周囲の状況から適当な考え方であると思われる。これを弾性方程式に代入すると式(1)のようになり、整理して式(2)を得る。

$$EI y'''' + (\eta_n x + \eta_c) B y = 0 \quad \dots (1) \quad y'''' + (ax + b) y = 0 \quad \dots (2)$$

ここに、 EI は杭の曲げ剛度 ($MN \cdot m^2$)、 η_n は横方向地盤反力定数の深さ方向の強さであるが、単に深さに係わる横方向地盤反力定数ともいう (MN/m^4)、 η_c は深さ方向に一定の横方向地盤反力定数 (MN/m^3)、 B は杭幅 (m) である。式(2)は横分方程式による解法によって式(3)のような一般解を得る。

$$y = C_1 \left(\frac{x^3}{3!} - \frac{4a}{8!} x^8 - \frac{b}{7!} x^7 + \frac{36a^2}{13!} x^{12} + \frac{b^2}{12!} x^{12} + \frac{b^2}{11!} x^{11} - \frac{50a^3}{18!} x^{12} - \frac{192ab^2}{17!} x^{17} - \frac{34ab^2}{16!} x^{16} - \frac{b^3}{15!} x^{15} + \frac{9576a^4}{23!} x^{23} + \frac{3960a^2b^2}{22!} x^{22} + \frac{600a^2b^2}{21!} x^{21} + \frac{40ab^3}{20!} x^{20} + \frac{b^4}{19!} x^{19} \dots \right) \\ C_2 \left(\frac{x^3}{2} - \frac{3a}{7!} x^7 - \frac{b}{6!} x^6 + \frac{24a^2}{12!} x^{12} + \frac{10ab}{11!} x^{11} + \frac{b^2}{10!} x^{10} - \frac{32a^3}{17!} x^{17} - \frac{144ab^2}{16!} x^{16} - \frac{21ab^2}{15!} x^{15} - \frac{b^3}{14!} x^{14} + \frac{5616a^4}{22!} x^{22} + \frac{2760a^2b^2}{21!} x^{21} + \frac{480a^2b^2}{20!} x^{20} + \frac{36ab^3}{19!} x^{19} + \frac{b^4}{18!} x^{18} \dots \right) \\ C_3 \left(\frac{2a}{6!} x^6 - \frac{b}{5!} x^5 + \frac{14a^2}{11!} x^{11} + \frac{8ab}{10!} x^{10} + \frac{b^2}{9!} x^9 - \frac{168a^3}{16!} x^{16} - \frac{102ab^2}{15!} x^{15} - \frac{18ab^2}{14!} x^{14} - \frac{b^3}{13!} x^{13} + \frac{2856a^4}{21!} x^{21} + \frac{1800a^2b^2}{20!} x^{20} + \frac{372a^2b^2}{19!} x^{19} + \frac{32ab^3}{18!} x^{18} + \frac{b^4}{17!} x^{17} \dots \right) \\ C_4 \left(-\frac{a}{5!} x^5 - \frac{b}{4!} x^4 + \frac{6a^2}{10!} x^{10} + \frac{6ab}{9!} x^9 + \frac{b^2}{8!} x^8 - \frac{66a^3}{15!} x^{15} - \frac{66ab^2}{14!} x^{14} - \frac{15ab^2}{13!} x^{13} - \frac{b^3}{12!} x^{12} + \frac{1056a^4}{20!} x^{20} + \frac{1056a^2b^2}{19!} x^{19} + \frac{276a^2b^2}{18!} x^{18} + \frac{28ab^3}{17!} x^{17} + \frac{b^4}{16!} x^{16} \dots \right) \dots (3)$$

砂質土地盤で、杭頭部が地表面にあるようなときは $y'''' + axy = 0$ とおける。その解は式(4)のようになる。

ここではとくに!!を5とびの階乗の記号として用いる。例えば、 $(5 \cdot n - 2)!! = 3 \cdot 8 \cdot 13 \cdot \dots \cdot (5n - 2)$ である。さらに、

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} (-a)^n \left\{ \frac{(5n-1)!!}{(5n+3)!} C_1 x^{5n+3} + \frac{(5n-2)!!}{(5n+2)!} C_2 x^{5n+2} + \frac{(5n-3)!!}{(5n+1)!} C_3 x^{5n+1} + \frac{(5n-4)!!}{(5n)!} C_4 x^{5n} \right\} \dots (4)$$

粘性土地盤のような場合は $y'''' + by = 0$ とおける。その解は式(5)のようになる。

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} (-b)^n \left\{ \frac{C_1}{(4n+3)!} x^{4n+3} + \frac{C_2}{(4n+2)!} x^{4n+2} + \frac{C_3}{(4n+1)!} x^{4n+1} + \frac{C_4}{(4n)!} x^{4n} \right\} \dots (5)$$

$\beta = \sqrt[4]{b/4}$ とおくと、よく知られている式(6)を得る。

$$y = e^{\beta x} (A \cos \beta x + B \sin \beta x) + e^{-\beta x} (C \cos \beta x + D \sin \beta x) \dots (6)$$

以上のように、おのおのの地盤状態に対応できるように基本式の一般解を得ることができた。これらの式はいずれも収れん半径が無限大であるので、任意の定数について成立する。また、各式の形から予想されるように、収れんの度合いが着しいので、簡単な実用式を得ることができると思われる。

3. 新しい杭の横振抗式の特徴

式(6)は抗変が無限大で、なおよびその微分がゼロにならないという条件から、発散項の積分定数AとBをゼロとし、収れん項のみの式を用いている。これに対し、式(3)(4)(5)はいずれも式(6)の場合と同様に扱うことはできない。そこで、ここでは、杭の有効長の深さをもって、杭頭部に対する他端の境界点であるとする。

最も単純な場合の式(5)について検討した結果、有効長として、 $L = 3/\beta$ とすれば十分であることがわかった。同様に、式(4)の場合についても $L = \sqrt[4]{a/5}$ とおき、有効長として、 $L = 3/\lambda$ とすれば十分な結果を得ることができると確かめられた。それゆえ、式(3)についても、 $\gamma = \sqrt[4]{(a/x+b)/4}$ とおき、有効長として、 $L = 3/\gamma$ とすれば十分であると推測される。ここでは実際的な例について、計算し確認することにした。普通の固さの砂地盤において、杭頭が地表面から3m埋め込まれている杭を想定し、 $a=0.08843$ 、 $b=0.2653$ とし、杭の他端を $x=5 \sim 10$ m

とするときの yEI/H と $y''EI/H$ をもとめると図-1のようになる。この場合の有効長は $L=6.24$ mであるが、図から $x=5.10$ m の場合を除き、変形、曲げモーメントのいずれも、有効長の範囲でよい一致を示し、特に $x=7$ m と 10 m は全区間において差は殆んどない。 $x=5$ m の場合生ずる差は境界条件に問題があることを示し、 $x=10$ m の場合は計算式の x の指数が少ないことを示すものと思われる。そこで、 x の項数を1ランク大きくして x の指数を23から28に拡張し、 $x=7$ m と 10 m について比較したのが図-2である。 $x=7$ m の場合、7 m までは図-1の場合と殆んど変わらないが、7 m 以深においての結果が安定しているのがわかる。これに対して、 $x=10$ m の場合は図-1に較べて非常によい結果を示しているが、 $x \geq 9$ m の結果はまだ十分とはいえない。これをさらに改善するためには x の指数を増加する必要があるが、実用の範囲で有効長は10 m 以上になることはわかっていないので検討を要する。

参考文献 1) 松並仁茂：係掘岸のためみ性控え工の設計法について、土と基礎、28-9、1980年9月

2) 松並仁茂：係掘岸におけるためみ性控え工の設計法に関する研究、港湾技術研究所報告、19-3、1980年9月

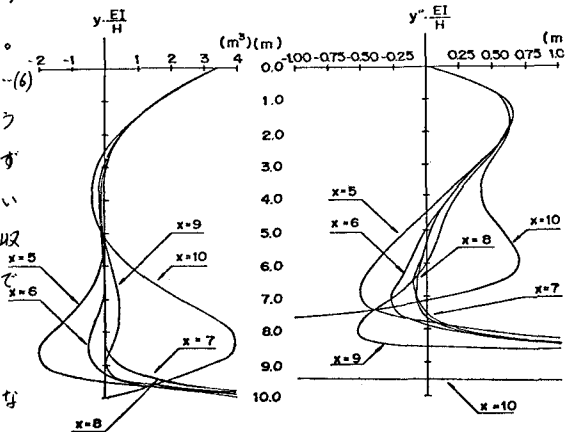


図-1

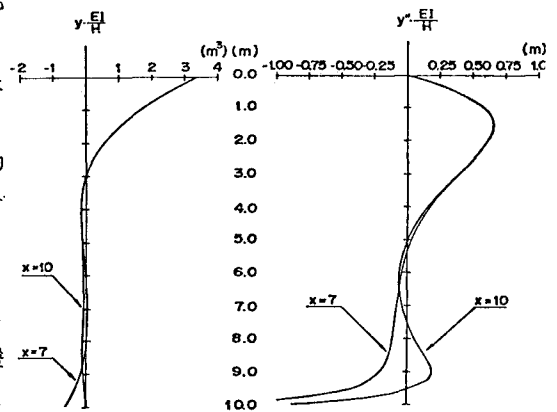


図-2